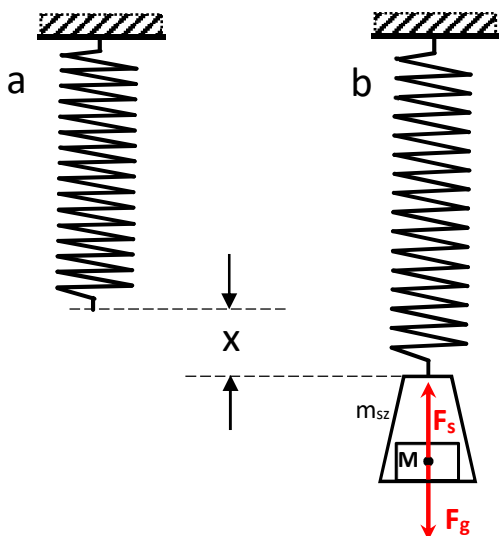


BADANIE WAHADŁA SPRĘŻYNOWEGO

WSTĘP

W laboratoryjnym układzie do badań wahadło sprężynowe (Rys. 1.) składa się z sztywnie zamocowanej sprężyny z podwieszoną do jej swobodnego końca szalką z płytkami. Suma mas szalki i płytek wynosi: $m_{sz} + M$. Ciężar F_g mas $(m_{sz}+M)$ powoduje odchylenie sprężyny od położenia równowagi, co skutkuje jej wydłużeniem o wartość x (Rys. 1b). Zgodnie z prawem Hooke'a dla sprężystych odkształceń ciał stałych, reakcję sprężyny (siłę sprężystości) F_s opisuje zależność:



Rys.1. a) zwisająca swobodnie sprężyna,
b) wahadło sprężynowe.

$$F_s = -k \cdot x \quad (1)$$

gdzie: x – wydłużenie sprężyny,
 k – zależna od materiału stała sprężystości sprężyny,
Znak „-” oznacza przeciwnie skierowany zwrot siły F_s do wychylenia x końca sprężyny z położenia równowagi.

W warunkach statycznych (nieruchoma szalka z masą M) zachodzi równość wartości sił F_s oraz $F_g = (M+m_{sz}) \cdot g$.

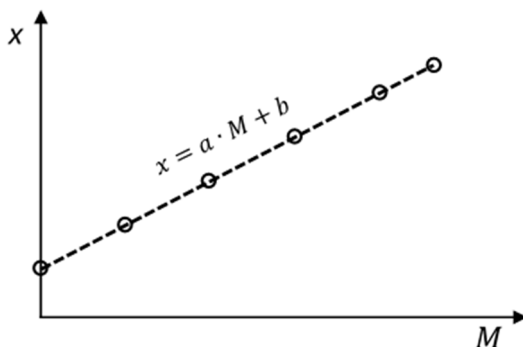
$$k \cdot x = g \cdot M + g \cdot m_{sz} \quad (2)$$

gdzie: g – wartość przyspieszenia ziemskiego,

Wobec powyższego między statycznym wydłużeniem sprężyny o x i obciążającymi jej koniec masą $M+m_{sz}$ zachodzi zależność:

$$x = \frac{g}{k} \cdot M + \frac{g}{k} \cdot m_{sz} \quad (3)$$

Podczas realizacji doświadczenia stopniowo zwiększa się liczbę płytek nakładanych na szalkę wahadła, co skutkuje zwiększaniem wartości M oraz powiększaniem wielkości wydłużenia x sprężyny. Przewidywany przez równanie (3) układ ułożeń punktów doświadczalnych na wykresie zależności x od M przedstawiono na Rys. 2.



Rys. 2. Wykres zależności statycznego wydłużenia x sprężyny wahadła sprężynowego od masy M płytek obciążenia szalki.

Zbiór punktów doświadczalnych na Rys. 2. tworzy widoczny na wykresie prostoliniowy trend ułożeń, do którego można dopasować prostą o ogólnym równaniu:

$$x = a \cdot M + b \quad (4)$$

Z porównania odpowiednich współczynników równań (3) i (4) wynikają zależności:

$$a = \frac{g}{k} \quad \text{oraz} \quad b = \frac{g}{k} \cdot m_{sz} \quad (5)$$

W oparciu o analizę wyników pomiarów otrzymanych po wykonaniu doświadczenia otrzymuje się liczbowe wartości stałych a i b prostej najlepszego dopasowania do punktów wykresu zależności x od M . Wykorzystując wcześniej zauważone zależności (5) otrzymuje się prostą metodę pozwalającą wyznaczyć podstawowe parametry charakteryzujące statyczne właściwości wahadła sprężynowego: k_{st} – współczynnik sprężystości sprężyny wahadła (oznaczony indeksem „st” dla podkreślenia metody jego wyznaczania) oraz m_{sz} – masę szalki.

$$k_{st} = \frac{g}{a} \quad (6)$$
$$m_{sz} = \frac{b}{a}$$

Po impulsowym zadziaaniu na szalkę z płytkami zewnętrzną siłą skierowaną pionowo (w dół lub w górę) wahadło sprężynowe zacznie wykonywać drgania. Cechą charakterystyczną tego dynamicznego w czasie zjawiska jest wykonywany w pionie posuwisto-zwrotny ruch końca sprężyny i szalki z płytkami. Jeżeli amplituda tych drgań będzie na tyle nieduża, że odkształcenia sprężyny (polegające naprzemiennie jej ściskaniu lub rozciąganiu) będą sprężyste, to można przyjąć, że ruch ten będzie harmoniczny, a wykonywane przez układ drgania będą miały charakter swobodnych.

Zgodnie z teorią ruchu harmonicznego siła F odpowiedzialna za przyspieszenie układu drgającego o masie $M+m_{sz}$ opisana jest zależnością:

$$F = -(M + m_{sz}) \cdot \omega^2 \cdot x \quad (7)$$

gdzie: ω – częstość drgań,

W przypadku wahadła sprężystego siłą F odpowiedzialną za drgania jest siła sprężystości F_s . Wobec tego z porównania (1) i (7) otrzymujemy relację:

$$-k \cdot x = -(M + m_{sz}) \cdot \omega^2 \cdot x \quad (8)$$

Biorąc pod uwagę, że

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (9)$$

gdzie: T – okres drgań, czyli czas wykonania przez wahadło jednego pełnego drgania,

oraz łącząc (8) i (9), okres T drgań swobodnych szalki i płytek podwieszonych do końca sprężyny o współczynniku sprężystości k wyraża się zależnością:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M+m_{sz}}{k}} \quad (10)$$

Zależność (10) bazująca na przesłankach teoretycznych dla nietłumionych drgań wahadła sprężynowego dobrze przewiduje zależność okresu T od całkowitej masy M układu i stałej sprężystości k . Jednak w rzeczywistych warunkach laboratoryjnych ruch wahadła jest tłumiony przez opór powietrza, co skutkuje ciągłą stratą energii drgań. Dlatego pomiar czasu t drgań należy prowadzić w początkowej fazie zjawiska obejmującej kilkadziesiąt wahaniec, natomiast amplituda drgań powinna być na tyle mała, by ruch szalki z płytkami odbywał się z niewielkimi prędkościami. Staranność w dochowaniu tych zaleceń pozwala zminimalizować wpływ sił oporu na ruch wahadła i nie wprowadzać dodatkowych poprawek do analiz wyników pomiarów.

Sumę energii ruchu drgającej masy M oraz związanej z nią szalki o masie m_{sz} wyraża przewidywana przez teorię ruchu harmonicznego zależność:

$$E_M + E_{sz} = \frac{M \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} + \frac{m_{sz} \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} = \frac{(M+m_{sz}) \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} \quad (12)$$

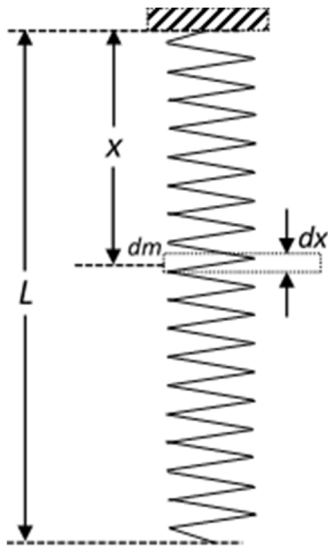
gdzie: A – amplituda drgań.

Ważnym czynnikiem wpływającym na wartość okresu T jest posiadanie przez sprężynę niezerowej wartości masy własnej m_s . Zatem pojawia się konieczność uwzględnienia udziału jej fragmentów w ruchu wahadła. W takim przypadku do wyrażenia na całkowitą energię drgań E wahadła sprężynowego zawierającego sumę energii drgań E_M masy płytek M i energii szalki E_{sz} , dodaje się składnik związany z energią sprężyny, E_s :

$$E = E_M + E_{sz} + E_s \quad (11)$$

Przyjmuje się, że sprężyna wahadła jest jednorodna a jej masa własna m_s rozłożona jest w sposób równomierny. Całkowita energia E_s jest sumą (13) wkładów elementarnych wartości energii dE_s drgań wykonywanych z identyczną częstością ω przez każdy fragment sprężyny oddalony o x od jej nieruchomego końca, mający grubość dx i masę elementarną dm , (Rys. 3.):

$$E_s = \int dE_s \quad (13)$$



Rys.3. Rysunek pomocniczy dla wyprowadzenia wzoru na energię E_s drgań sprężyny.

Podczas drgań długość L sprężyny ulega ciągłym zmianom. Tylko w odniesieniu do swobodnego końca sprężyny amplituda A drgań będzie równa tej, z jaką drga szalka z płytkami. Natomiast pozostałe fragmenty oddalone o x ($x < L$) od punktu zaczepienia sprężyny (Rys. 3.) wykonują drgania o amplitudach mniejszych od A , i wartościach A_x opisanych zależnością (14):

$$A_x = \frac{A}{L} \cdot x \quad (14)$$

Przyjmując, że materiał z którego wykonana została sprężyna jest jednorodny, jego gęstość liniową μ wyrażamy poprzez:

$$\mu = \frac{m_s}{L} \quad (15)$$

Uwzględniając (15), masa elementarna dm fragmentu sprężyny o grubości dx wynosi:

$$dm = \mu \cdot dx = \frac{m_s}{L} \cdot dx \quad (16)$$

Ilość energii drgań dE_s skumulowanej w elemencie o masie dm poruszającego się ruchem harmonicznym z częstością ω i amplitudą A_x wyrażamy różniczkową zależnością:

$$dE_s = \frac{dm \cdot \omega^2 \cdot A_x^2}{2} \quad (17)$$

Uwzględniając zależności (14) i (16) wyrażenie (17) przyjmuje postać:

$$dE_s = \frac{\omega^2 m_s}{2 L} \cdot dx \cdot \left(\frac{A}{L} \cdot x\right)^2 = \frac{\omega^2 \cdot m_s \cdot A^2}{2 \cdot L^3} \cdot x^2 \cdot dx \quad (18)$$

Biorąc pod uwagę (13) i (18) całkowita energia drgań sprężyny wynosi:

$$E_s = \int dE_s = \frac{\omega^2 \cdot m_s \cdot A^2}{2 \cdot L^3} \int_0^L x^2 dx = \frac{\omega^2 \cdot m_s \cdot A^2}{2 \cdot L^3} \cdot \left[\frac{1}{3} x^3\right]_0^L = \frac{\omega^2 \cdot m_s \cdot A^2}{2 \cdot L^3} \cdot \frac{1}{3} L^3 = \frac{\left(\frac{1}{3} m_s\right) \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} \quad (19)$$

Na podstawie otrzymanej zależności można stwierdzić, że udział w drganiach sprężyny w sposób efektywny wnosi jedynie trzecia część jej masy. Wyrażona wzorem (11) energia drgań rozważanego wahadła sprężynowego stanowi sumę składowych z zależnościami (12) i (19) i przyjmuje szczegółową postać:

$$E = \frac{(M+m_{sz}) \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} + \frac{\left(\frac{1}{3} m_s\right) \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} = \frac{\left(M+m_{sz}+\frac{m_s}{3}\right) \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} \quad (20)$$

Obecną w powyższym wyrażeniu sumę $(M + m_{sz} + \frac{m_s}{3})$ można traktować jako efektywną masę kumulującą energię drgań wahadła sprężynowego. Wynik otrzymany w (20) wprowadza do zależności (10) konieczną poprawkę uwzględniającą udział masy m_s sprężyny w drganiach wahadła:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M + m_{sz} + \frac{m_s}{3}}{k}} \quad (21)$$

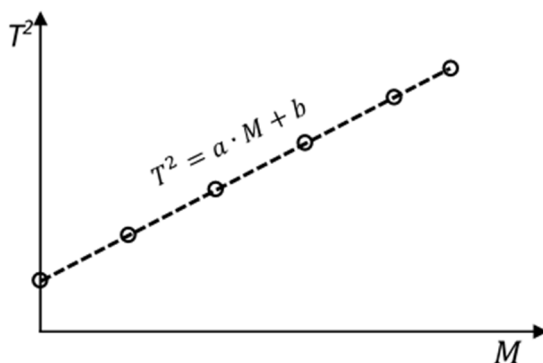
Dla potrzeb analiz danych doświadczalnych zależność (21) wygodniej jest zapisać w postaci rozwiniętej:

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{k} \cdot M + \frac{4 \cdot \pi^2}{k} \cdot \left(m_{sz} + \frac{m_s}{3}\right) \quad (22)$$

Pierwszy składnik wyrażenia (22) może przyjmować wartość zmienną, zależną od masy M płytek na szalce, podczas gdy drugi składnik jest niezmienny i wynika z cech stałych wahadła sprężynowego.

Równanie (22) przewiduje, że wyznaczone na podstawie pomiarów punkty doświadczalnie na wykresie zależności T^2 od M tworzyć będą układ charakteryzujący się jednym i prostoliniowym trendem ich ułożenia, który może zostać opisany ogólnym równaniem prostej dopasowania (Rys. 4.):

$$T^2 = a \cdot M + b \quad (23)$$



Rys. 2. Wykres zależności kwadratu okresu T^2 drgań wahadła sprężynowego od masy M płytek obciążenia szalki.

Z porównania odpowiednich współczynników równań (22) i (23) wynikają zależności:

$$a = \frac{4 \cdot \pi^2}{k} \quad \text{oraz} \quad b = \frac{4 \cdot \pi^2}{k} \cdot \left(m_{sz} + \frac{m_s}{3}\right) \quad (24)$$

W oparciu o analizę wyników pomiarów otrzymanych po wykonaniu doświadczenia otrzymuje się liczbowe wartości stałych a i b prostej najlepszego dopasowania do punktów wykresu zależności T^2 od M . Wykorzystując wcześniej zauważone zależności (24) otrzymuje się dynamiczną metodę wyznaczania współczynnika sprężystości k_{dyn} sprężyny wahadła (oznaczonego indeksem „dyn” dla podkreślenia metody jego wyznaczania) oraz m_s – masy sprężyny (przy założeniu znajomości wartości m_{sz} szalki wahadła).

$$k_{dyn} = \frac{4 \cdot \pi^2}{a} \quad (25)$$

$$m_s = 3 \cdot \left(\frac{b}{a} - m_{sz}\right)$$

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że współczynniki sprężystości k_{st} i k_{dyn} dotyczą tej samej sprężyny wahadła lecz wyznaczone są niezależnymi od siebie metodami. Ich doświadczalne wartości mogą nieznacznie różnić się, z uwagi na niepewności wynikające z panujących podczas eksperymentu warunków oraz przyrządów użytych do pomiarów. Tylko w warunkach idealnego eksperymentu można oczekiwać równości wartości tych wielkości.

PRZYGOTOWANIE UKŁADU DO POMIARÓW

Zdjąć z końca sprężyny szalkę na płytce. Czerwony krążek doczepiony do sprężyny jest znacznikiem jej końca. Przed wykonaniem ćwiczenia upewnić się, że znacznik zachodzi na skalę liniową przyrządu i znajduje się w położeniu pomiędzy 5 i 15 mm. Jeżeli znacznik znajduje się poza skalą liniału, poprosić Prowadzącego lub Opiekuna pracowni o wyregulowanie przyrządu. Odczyty położenia najlepiej wykonywać względem boczne części znacznika, dbając o niepopętnianie błędów paralaksy, w czym ma pomóc lustrzana część liniału.

WYKONANIE POMIARÓW

1. Ze skali liniowej odczytać **położenie** y_0 końca sprężyny i zapisać w Tabeli Pomiarów 1. Dla bezpośredniego pomiaru położenia końca sprężyny zapisać w tabeli wartość niepewności wzorcowania $\Delta_d(y)$ skali przyrządu oraz oszacowaną wartość niepewności eksperymentatora $\Delta_e(y)$. Wartości niepewności przyjąć jako wspólne dla wszystkich pomiarów położzeń w tym ćwiczeniu.
2. Podwiesić szalkę na końcu sprężyny. Odczytać **położenie** y_{sz} końca sprężyny i zapisać w Tabeli Pomiarów 1.
3. Z dostępnych na stanowisku płytek do obciążenia utworzyć zestaw złożony z co najmniej 8 płytek. Wybrane płytki ułożyć w jednym rzędzie na stoliku i umownie je ponumerować (*nie pisać po płytkach!*, można ułożyć je na kartce papieru zapisując przy nich odpowiednie numery). Zważyć każdą z płytek, i odpowiednio do przyjętej „i” numeracji, zapisać w Tabeli Pomiarów 2 wartość jej masy m . Zapisać w Tabeli Pomiarów 2 jednakową dla wszystkich pomiarów masy wartość niepewności wzorcowania $\Delta_d(m)$ i oszacowaną eksperymentatora niepewność - $\Delta_e(m)$.
4. Umieścić na szalce płytkę oznaczoną numerem 1. Odczytać i zapisać w Tabeli Pomiarów 2 położenie końca sprężyny, y_1 .
5. Wprawić wahadło w pionowy ruch drgający sposobem opisanym w części wstępnej instrukcji do ćwiczenia. Amplituda drgań powinna zawierać się w zakresie od 5 cm do 10 cm. W chwili najwyższego (lub najniższego) położenia szalki włączyć stoper i wykonać pomiar czasu t_1 liczby n drgań ($30 < n < 50$). W Tabeli Pomiarów 2 zapisać liczbę drgań n i wartość czasu t_1 . Zapisać wartości oszacowanych niepewności pomiaru czasu: $\Delta_d(t)$ wzorcowania oraz eksperymentatora $\Delta_e(t)$ z uwzględnieniem momentów włączania i wyłączania stopera. Dla wszystkich pomiarów czasu przyjąć identyczne wartości oszacowanych niepewności.
UWAGA: Po wprawieniu wahadła w ruch drgający należy chwilę odczekać na ustabilizowanie ruchu wahadła, po czym rozpocząć pomiar czasu ich trwania.
6. Powtarzać czynności z pkt. 4. i 5., dokładając na szalkę kolejne płytki.
7. Po zakończeniu pomiarów zdjąć z szalki płytki i odciąć szalkę od sprężyny.

TABELA POMIARÓW 1

y_0	y_{sz}	$\Delta_d(y)$	$\Delta_e(y)$
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]

TABELA POMIARÓW 2

i	m	$\Delta_d(m)$	$\Delta_e(m)$	y	n	t	$\Delta_d(t)$	$\Delta_e(t)$
	[g]	[g]	[g]	[mm]	[-]	[s]	[s]	[s]
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								

OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

1. Wykonać przykład oszacowania rozszerzonej ($k = 2$) wartości całkowitej niepewności bezpośredniego pomiaru położenia końca sprężyny wahadła, $U(y)$:

$$U(y) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(y))^2 + (\Delta_e(y))^2}{3}} \quad (20)$$

2. Wykonać przykład oszacowania rozszerzonej ($k = 2$) wartości całkowitej niepewności $U(m)$ bezpośredniego pomiaru masy każdej z płytek:

$$U(m) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(m))^2 + (\Delta_e(m))^2}{3}} \quad (21)$$

3. Dla $i > 3$ wykonać przykład obliczenia całkowitej masy M liczby i płytek położonych na szalce:

$$M = \sum_{r=1}^i m_r = m_1 + m_2 + \dots + m_i \quad (22)$$

4. Dla $i > 3$ wykonać przykład oszacowania wartości całkowitej niepewności całkowitej masy płytek obciążenia szalki, $U(M)$:

$$U(M) = \sqrt{\sum_{r=1}^i \left(\frac{\partial M}{\partial m_r} U(m) \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial m_1} U(m) \right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial m_2} U(m) \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial M}{\partial m_r} U(m) \right)^2} =$$

$$\sqrt{(1 \cdot U(m))^2 + (1 \cdot U(m))^2 + \dots + (1 \cdot U(m))^2} = \sqrt{i \cdot (U(m))^2} = \sqrt{i} \cdot (U(m))^2 \quad (23)$$

5. Dla $i > 3$ wykonać przykład obliczenia wartości wydłużenia x wahadła:

$$x_i = y_i - y_0 \quad (24)$$

6. Wykonać przykład oszacowania całkowitej niepewności $U(x_i)$:

$$U(x) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial y_0} \cdot U(y_0) \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial y_i} \cdot U(y_i) \right)^2} =$$

$$\sqrt{(1 \cdot U(y_0))^2 + (-1 \cdot U(y_i))^2} = \sqrt{2 \cdot (U(y))^2} = \sqrt{2} \cdot U(y) \quad (25)$$

7. Uzupełnić Tabelę Wyników 1 wartościami w jednostkach SI.

TABELA WYNIKÓW 1

i	m	$U(m)$	M	$U(M)$	x	$U(x)$
	$[10^{-3} \text{ kg}]$	$[10^{-3} \text{ kg}]$	$[10^{-3} \text{ kg}]$	$[10^{-3} \text{ kg}]$	$[10^{-3} \text{ m}]$	$[10^{-3} \text{ m}]$
1						
2						

8. Wykonać wykres zależności wydłużenia wahadła x od całkowitej masy M obciążających szalkę płytek. Linia przerywaną poprowadzić prostą najlepszego dopasowania do trendu ułożonych punktów doświadczalnych.

9. Korzystając z makrofunkcji REGLINP (arkusz MS Excel) wyznaczyć wartości parametrów a i b równania $x = a \cdot M + b$ linii trendu oraz wartości $u(a)$, $u(b)$ i R^2 . Otrzymane wartości zapisać z użyciem jednostek z układu SI w Tabeli Wyników 2.

TABELA WYNIKÓW 2

	nachylenie		odcięta		miara jakości dopasowania
	a	u(a)	b	u(b)	R ²
	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[-]
przed zaokrągleniem					
po zaokrągleniu					

10. Wyznaczyć wartość współczynnika sprężystości k_{st} badanego wahadła:

$$k_{st} = \frac{g}{a} \quad (26)$$

Do obliczeń użyć wartości stałej g zawierającą nie mniej niż 4 cyfry znaczące!

11. Oszacować wartość niepewności $u(k_{st})$ współczynnika sprężystości:

$$u(k_{st}) = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{st}}{\partial a} \cdot u(a)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{g \cdot u(a)}{a^2}\right)^2} = k_{st} \cdot \frac{u(a)}{a} \quad (27)$$

12. Wyznaczyć wartość masy m_{sz} szalki badanego wahadła sprężynowego:

$$m_{sz} = \frac{b}{a} \quad (28)$$

13. Oszacować wartość niepewności $u(m_{sz})$ wyznaczenia masy szalki:

$$u(m_{sz}) = \sqrt{\left(\frac{\partial m_{sz}}{\partial a} \cdot u(a)\right)^2 + \left(\frac{\partial m_{sz}}{\partial b} \cdot u(b)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{b \cdot u(a)}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{a}\right)^2} = m_{sz} \cdot \sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2} \quad (29)$$

14. Wykonać przykład oszacowania rozszerzonej ($k = 2$) wartości całkowitej niepewności $U(t)$:

$$U(t) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(t))^2 + (\Delta_e(t))^2}{3}} \quad (30)$$

15. Dla $i > 3$ wykonać przykład obliczenia wartości okresu drgań wahadła, T :

$$T = \frac{t}{n} \quad (31)$$

16. Wykonać przykład oszacowania wartości całkowitej niepewności $U(T)$:

$$U(T) = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial t} \cdot U(t)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \cdot U(t)\right)^2} = \frac{U(t)}{n} \quad (32)$$

17. Dla danych z pkt. 15 wykonać przykład obliczenia kwadratu wartości okresu drgań wahadła, T^2 :

$$T^2 = T \cdot T \quad (33)$$

18. Dla danych z pkt. 17 wykonać przykład oszacowania wartości całkowitej niepewności $U(T^2)$:

$$U(T^2) = \sqrt{\left(\frac{\partial T^2}{\partial T} \cdot U(T)\right)^2} = \sqrt{(2 \cdot T \cdot U(T))^2} = 2 \cdot U(T) \cdot T \quad (34)$$

19. Uzupełnić Tabelę Wyników 3. Brakujące dane pobrać z Tabeli Wyników 1.

TABELA WYNIKÓW 3

	M [10 ⁻³ kg]	$U(M)$ [10 ⁻³ kg]	n [-]	t [s]	$U(t)$ [s]	T [s]	$U(T)$ [s]	T^2 [s ²]	$U(T^2)$ [s ²]
1									
2									
3									

20. Wykonać wykres zależności kwadratu okresu T^2 drgań wahadła sprężynowego od masy M płytek obciążenia szalki. Liniją przerywaną poprowadzić prostą najlepszego dopasowania do trendu ułożeń punktów doświadczalnych.

21. Korzystając z makrofunkcji REGLINP (arkusz MS Excel) wyznaczyć wartości parametrów a i b równania prostej dopasowania $T^2 = a \cdot M + b$. Również wyznaczyć wartości $u(a)$, $u(b)$ oraz R^2 . Otrzymane wartości wyrażone w jednostkach układu SI zapisać w Tabeli Wyników 4.

TABELA WYNIKÓW 4

	nachylenie		odcięta		miara jakości dopasowania
	a	$u(a)$	b	$u(b)$	R^2
	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[-]
przed zaokrągleniem					
po zaokrągleniu					

22. Wyznaczyć wartość współczynnika sprężystości sprężyny k_{dyn} badanego wahadła:

$$k_{dyn} = \frac{4 \cdot \pi^2}{a} \quad (35)$$

W obliczeniach użyć wartość π zawierającą nie mniej niż 6 cyfr znaczących!

23. Oszacować wartość niepewności $u(k_{dyn})$ współczynnika sprężystości:

$$u(k_{dyn}) = \sqrt{\left(\frac{\partial k_{dyn}}{\partial a} \cdot u(a)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{8 \cdot \pi^2}{a^2} \cdot u(a)\right)^2} = k_{dyn} \cdot \frac{u(a)}{a} \quad (36)$$

24. Wyznaczyć wartość masy m_s sprężyny badanego wahadła sprężynowego:

$$m_s = 3 \cdot \left(\frac{b}{a} - m_{sz}\right) \quad (37)$$

25. Oszacować wartość niepewności $u(m_s)$ wyznaczenia masy sprężyny:

$$u(m_s) = \sqrt{\left(\frac{\partial m_s}{\partial a} \cdot u(a)\right)^2 + \left(\frac{\partial m_s}{\partial b} \cdot u(b)\right)^2 + \left(\frac{\partial m_s}{\partial m_{sz}} \cdot u(m_{sz})\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(-2 \cdot \frac{3 \cdot b}{a^2} \cdot u(a)\right)^2 + \left(\frac{3}{a} \cdot u(b)\right)^2 + \left(-3 \cdot u(m_{sz})\right)^2} =$$

$$3 \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot b \cdot u(a)}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{a}\right)^2 + \left(u(m_{sz})\right)^2} \quad (38)$$

WNIOSKI

Zestawić w formie tabelarycznej wartości wyznaczonych stałych parametrów badanego wahadła sprężynowego wraz z ich niepewnościami.

TABELA WYNIKÓW KOŃCOWYCH

masa szalki		masa sprężyny		współczynnik sprężystości sprężyny wahadła			
				<i>metoda wyznaczenia</i>			
				<i>statyczna</i>		<i>dynamiczna</i>	
m_{sz}	$u(m_{sz})$	m_s	$u(m_s)$	k_{st}	$u(k_{st})$	k_{dyn}	$u(k_{dyn})$
[kg]	[kg]	[kg]	[kg]	$\left[\frac{N}{m}\right]$	$\left[\frac{N}{m}\right]$	$\left[\frac{N}{m}\right]$	$\left[\frac{N}{m}\right]$

Dokonać oceny zgodności zależności przewidywanych przez teorię ruchu harmonicznego z zależnościami otrzymanymi na drodze doświadczalnej. Uwzględniając niepewności ocenić zbieżność wyznaczonych wartości stałej k sprężystości sprężyny, mając na uwadze użyte metody pomiaru.

Do formułowania wniosków użyć odpowiednich szablonów.

LITERATURA

- [1] SZYDŁOWSKI H.: Pracownia fizyczna, PWN, Warszawa 1994.
- [2] DRYŃSKI T.: Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978.
- [3] HALLIDAY D., RESNICK R., WALKER J.: Podstawy fizyki, cz. 1, PWN, Warszawa 2003.
- [4] REWAJ T. (red.): Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice, PWN, Warszawa 1978.
- [5] Ćwiczenia Laboratoryjne z Fizyki (praca zbiorowa), Skrypt Nr 279, Politechnika Opolska 2007.