
 POLITECHNIKA OPOLSKA	KATEDRA FIZYKI	
	LABORATORIUM FIZYKI	
WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA LEPKOŚCI CIECZY		

WSTĘP

W odróżnieniu od płynów idealnych ciecze rzeczywiste charakteryzują się obecnością tarcia (lepkości). Różnicę powodują siły tarcia, których źródłem są siły spójności działające zarówno wewnątrz płynu (między cząsteczkami cieczy), jak i pomiędzy płynem a jego otoczeniem (np. między cząsteczkami cieczy a poruszającym się w niej ciałem). Zjawisko to określa się jako tarcie wewnętrzne (lepkość) cieczy. Poruszające się wewnątrz cieczy ciało pociąga za sobą inne z nim sąsiadujące cząsteczki cieczy z prędkością tym bardziej zbliżoną do prędkości własnej, im bardziej lepka jest ciecz ale i też odwrotnie - spoczywające ciało hamuje inne, poruszające się w jego sąsiedztwie cząsteczki płynu. Takiemu działaniu towarzyszy pojawienie się siły hamującej (siły oporu) skierowanej przeciwnie do kierunku ruchu ciała. Dla wielu urządzeń technicznych zjawisko tarcia wewnętrznego zarówno cieczy jak i powietrza jest przyczyną niepożądanych oporów ruchu postępowego czy obrotowego oraz wiązanych z tym stratami energii układów napędzających takie urządzenia. W celu minimalizacji oporów związanych z lepkością ośrodka, w którym elementy urządzeń muszą wykonywać ruch, znajomość wartości współczynnika lepkości ośrodka ma bardzo duże znaczenie. Dla działania urządzeń technicznych lepkość nie musi być wyłącznie postrzegana jako negatywna cecha ośrodka. W obszarze techniki można wymienić szereg rozwiązań inżynierskich wykorzystujących lepkie właściwości ośrodka, w którym pracują, np.: przekładnie lub hamulce hydrokinetyczne lub układy klap i sterów w samolotach. Lepkość cieczy zależy od temperatury i gwałtownie maleje ze wzrostem temperatury. Do głównych problemów rozruchu „zimnego” silnika samochodu należy duża lepkość cieczy smarujących części ruchome. Niektóre skroplone gazy, w warunkach szczególnych, wykazują stan nadciekłości w którym lepkość jest zerowa. Dziedzina nauki zajmująca się lepkością to reologia.

Precyzyjna definicja lepkości wiąże się z pojęciem laminarności przepływu. Przepływ laminarny to taki, w którym nie występuje mieszanie się sąsiednich warstw płynu, a wektor prędkości poszczególnych warstw strumienia jest równoległy do kierunku przepływu. Przy przepływie turbulentnym, mamy do czynienia z występowaniem obszarów mieszania się warstw, tworzącymi się wirami oraz znacznymi prędkościami w kierunku innym niż wypadkowy przepływ. W warunkach przepływu laminarnego (warstwowego) dla poruszających się w lepkiej cieczy ciał o kształcie kuli opór tarcia opisuje prawo Stokesa. Zgodnie z nim, spowodowana jedynie tarcie wewnętrzne (lepkością) cieczy siła oporu jaką płyn działa na poruszającą się kulkę jest wprost proporcjonalna do względnej szybkości poruszającego się w cieczy ciała, współczynnika lepkości dynamicznej oraz liniowych rozmiarów ciała:

$$F_S = 6\pi\eta rV \quad (1)$$

gdzie:

F_S – siła Stokesa,

η – dynamiczny współczynnik lepkości (cieczy) wyrażany w [Pa·s] lub $\left[\frac{N\cdot s}{m^2}\right]$,

r – promień kuli,

V – prędkość względna kuli i cieczy.

Wielkość współczynnika lepkości η zależy od rodzaju cieczy a zwłaszcza silnie od jej temperatury, nie jest natomiast zależna od materiału z jakiego wykonana jest kulka. Ruchy termiczne cząsteczek mają wpływ na siły oddziaływania międzycząsteczkowego a wzrost prędkości ruchów termicznych w cieczach osłabia te siły (współczynnik lepkości maleje).

Dynamiczny współczynnik lepkości η bardzo lepkich cieczy można wyznaczyć metodą zaproponowaną przez Georga Gabriela Stokes'a (1819-1903) irlandzkiego matematyka i fizyka. W metodzie tej, obecnie nazywanej metodą Stokes'a, wykorzystuje się dane z pomiarów prędkości

opadania kulki w nieruchomej cieczy. Do wypełnionego lepłą cieczą o gęstości ρ wysokiego naczynia o przekroju kołowym i średnicy wewnętrznej D wpuszczamy bez prędkości początkowej kulkę o średnicy d i masie m . Początek ruchu kulki w cieczy wymuszony działaniem stałej siły ciężkości ma cechy ruchu przyspieszonego. Jednak po pewnym czasie działająca na kulkę w dół, w kierunku pionowym, siła ciężkości (ciężar) $Q = mg$ zostaje zrównoważona przez układ przeciwnie skierowanych sił (Rys.1.): zależnej od objętości kulki siły wyporu F_w wynikającej z prawa Archimedesesa oraz siły Stokesa (lepkości) F_s zależnej od względnej prędkości kulki i cieczy. Od tego momentu kulka porusza się względem cząstek cieczy ruchem jednostajnym z prędkością V , której stała wartość wynika z warunku równowagi sił działających na kulkę.

Przy założeniu, że kulka po przekroczeniu linii wyznaczonej punktem A rozpoczyna ruch jednostajny z prędkością V , działające na kulkę siły spełniają warunek równowagi:

$$Q = F_w + F_s \quad (2)$$

Opisując w jawny sposób występujące w powyższej równości siły otrzymujemy:

$$mg = \frac{4}{3}\pi \frac{d^3}{8} \rho g + 6\pi\eta \frac{d}{2} V \quad (3)$$

Na odcinku S ruch kulki jest jednostajny, a zatem znając czas t potrzebny na pokonanie tej drogi przez kulkę, zależność (3) możemy zapisać:

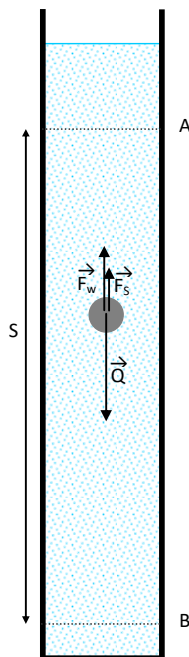
$$mg = \frac{4}{3}\pi \frac{d^3}{8} \rho g + 6\pi\eta \frac{d}{2} \frac{S}{t} \quad (4)$$

Po przekształceniu (4) otrzymuje się:

$$\eta = \frac{mg - \frac{\pi}{6}d^3 \rho g}{3\pi d S} \cdot t \quad (5)$$

Powyzsza zależność ma uproszczony charakter. Bardziej szczegółowe rozważania teoretyczne wprowadzają bezwymiarową poprawkę do otrzymanego wyniku, uwzględniającą relację wartości średnic: d kulki i D cylindra z cieczą. Wobec tego zależność (5) pozwalająca wyznaczyć wartość współczynnika lepkości cieczy η przyjmuje postać dokładniejszą:

$$\eta = \frac{mg - \frac{\pi}{6}d^3 \rho g}{3\pi d S} \cdot t \cdot \frac{1}{1 + 2.1044 \frac{d}{D}} \quad (6)$$



Rys.1. Schemat układu pomiarowego

WYKONANIE POMIARÓW

1. Upewnić się, że sito chwytaka kulek znajduje się na dnie cylindra z badaną cieczą. Jeżeli tak nie jest, należy go bardzo powoli zanurzyć pod powierzchnię cieczy i pozwolić by sito swobodnie opadło na dno cylindra. Czynność tę należy wykonać bez pośpiechu i bardzo ostrożnie, aby nie doprowadzić do zapowietrzenia cieczy.
2. Ze skali termometru znajdującego się na ścianie odczytać wartość temperatury powietrza w pracowni. Przyjmujemy, że wartość tej temperatury odpowiada temperaturze t_{cieczy} badanej cieczy. Odczytaną wartość zapisać w Tabeli Pomiarów. Pod Tabelą Pomiarów zapisać wartości niepewności pomiaru bezpośredniego: wzorcowania $\Delta_d(t_{cieczy})$ i eksperymentatora $\Delta_e(t_{cieczy})$.
3. W różnych częściach bocznej ściany cylindra dokonać co najmniej 5-krotnego pomiaru odległości S pomiędzy znacznikami A i B. Wyniki zapisać w Tabeli Pomiarów. Pod Tabelą Pomiarów zapisać wartości niepewności pomiaru bezpośredniego: wzorcowania $\Delta_d(S)$.
4. Z użyciem suwmiarki dokonać co najmniej 5-krotnego pomiaru średnicy wewnętrznej D cylindra z badaną cieczą. Wyniki zapisać w Tabeli pomiarów. Pod Tabelą Pomiarów zapisać wartości niepewności pomiaru bezpośredniego: wzorcowania $\Delta_d(D)$.
5. Dokonać 5-krotnego pomiaru masy pojemniczka na kulki. W Tabeli Pomiarów zapisać otrzymane wyniki jako wartość m_t . Użyć wagi zapewniającej rozdzielczość pomiaru nie gorszą od 0.01 g. Pod Tabelą Pomiarów zapisać wartości niepewności pomiaru bezpośredniego: wzorcowania $\Delta_d(m_t)$ i eksperymentatora $\Delta_e(m_t)$.
6. Z zasobnika z kulami przełożyć do pojemniczka 25 kul, które następnie zostaną użyte w pomiarach. (Uwaga: kontaktujące się z kulkami dłonie muszą być czyste i suche, by nie zwiększać masy kulek i nie niszczyć ich czystej powierzchni).
7. Z użyciem suwmiarki zmierzyć średnicę d każdej kulki. Wyniki zapisać w Tabeli Pomiarów. Pod Tabelą Pomiarów zapisać wartości niepewności pomiaru bezpośredniego: wzorcowania $\Delta_d(d)$ i eksperymentatora $\Delta_e(d)$.
8. Dokonać 5-krotnego pomiaru masy pojemniczka z kulkami. W Tabeli Pomiarów zapisać otrzymane wyniki jako m_b . Pod Tabelą Pomiarów zapisać wartości niepewności pomiaru bezpośredniego: wzorcowania $\Delta_d(m_b)$ i eksperymentatora $\Delta_e(m_b)$.
9. Szczypcami uchwycić pierwszą kulkę i ostrożnie zanurzyć ją pod powierzchnię cieczy. Następnie kulkę puścić swobodnie. (Uwaga: nie wrzucamy kulek do gliceryny, aby nie doprowadzić do zapowietrzenia badanej cieczy).
10. Gdy kulka przekroczy wyznaczoną górnym znacznikiem (umowną) linię A włączyć stoper i zmierzyć czas t po którym kulka osiągnie dolną linię B. Zapisać zmierzoną wartość czasu w Tabeli pomiarów.
11. Powtórzyć czynności z pkt. 10 dla pozostałych kulek. Pod Tabelą Pomiarów zapisać wartości niepewności bezpośredniego pomiaru czasu jednostajnego ruchu kulki: wzorcowania $\Delta_d(t)$ i eksperymentatora $\Delta_e(t)$.
12. Przy użyciu chwytaka wyjąć kulki z cylindra. (Uwaga: czynność tę wykonujemy na tyle powoli, aby nie dopuścić do zapowietrzenia cieczy lub jej przelania). Kulki należy opłukać wodą a następnie osuszyć papierowym ręcznikiem, po czym odłożyć je do zasobnika.

TABELE POMIARÓW

$t_{cieczy} [^{\circ}C]$					
	1	2	3	4	5
$S_i [mm]$					
$D_i [mm]$					
$m_{t,i} [g]$					
$m_{b,i} [g]$					

$$\Delta_d(t_{cieczy}) = \dots\dots [^{\circ}C] \qquad \Delta_e(t_{cieczy}) = \dots\dots [^{\circ}C]$$

$$\Delta_d(S) = \dots\dots [mm]$$

$$\Delta_d(D) = \dots\dots [mm]$$

$$\Delta_d(m_t) = \Delta_d(m_b) = \dots\dots [g] \qquad \Delta_e(m_t) = \Delta_e(m_b) = \dots\dots [g]$$

$d_i [mm]$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

$d_i [mm]$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$d_i [mm]$	21	22	23	24	25

$$\Delta_d(d) = \dots\dots [mm]$$

$t_i [s]$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

$t_i [s]$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$t_i [s]$	21	22	23	24	25

$$\Delta_d(t) = \dots\dots [s]$$

$$\Delta_e(t) = \dots\dots [s]$$

Uwaga: Dla rozróżnienia oznaczeń wartości mierzonych seryjnie wprowadzono indeks „i”.

Dla serii składającej się z 5 pomiarów wartość maksymalna $n = i_{\max} = 5$,

natomiast dla serii 25-krotnej maksymalne $n = i_{\max} = 25$.

OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

1. Oszacować rozszerzoną ($k = 2$) całkowitą niepewność pomiaru temperatury badanej cieczy $U(t_{cieczy})$:

$$U(t_{cieczy}) = k \cdot \sqrt{(\Delta_d(t_{cieczy}))^2 + (\Delta_e(t_{cieczy}))^2} \quad (7)$$

2. Obliczyć średnie wartości: drogi S , średnicy wewnętrznej cylindra D , średnicy kulek d , czasu t ruchu jednostajnego kulek w cieczy lepkiej:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n} \quad ; \quad D = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n} \quad ; \quad d = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad ; \quad t = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \quad (8)$$

3. Dla każdej obliczonej w pkt. 1. wielkości oszacować rozszerzoną ($k = 2$) całkowitą niepewność wyznaczenia wartości średniej $U(x)$, według ogólnej poniższej zależności:

$$U(x) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(x))^2 + (\Delta_e(x))^2}{3} + \frac{\sum_{i=1}^n (x - x_i)^2}{\sqrt{3} \cdot n(n-1)}} \quad (9)$$

4. Obliczyć średnią masę m_b pojemniczka z kulkami oraz średnią masę m_t pustego pojemniczka:

$$m_b = \frac{\sum_{i=1}^n m_{b,i}}{n} \quad ; \quad m_t = \frac{\sum_{i=1}^n m_{t,i}}{n} \quad (10)$$

5. Oszacować rozszerzone ($k = 2$) całkowite niepewności wyznaczenia średnich wartości $U(m_b)$ i $U(m_t)$ korzystając z ogólnej zależności podanej w pkt. 3.

6. Obliczyć całkowitą masę m_s kulek użytych do pomiarów:

$$m_s = m_b - m_t \quad (11)$$

7. Oszacować wartość niepewności $U(m_s)$ według zależności:

$$U(m_s) = \sqrt{\left(\frac{\partial m_s}{\partial m_b} U(m_b)\right)^2 + \left(\frac{\partial m_s}{\partial m_t} U(m_t)\right)^2} = \sqrt{(U(m_b))^2 + (U(m_t))^2} \quad (12)$$

8. Obliczyć średnią masę m kulki (w ujęciu statystycznym – „średniej” w serii n kulek użytych do pomiaru):

$$m = \frac{m_s}{n} \quad (13)$$

9. Oszacować wartość niepewności $U(m_s)$ według zależności:

$$U(m) = \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial m_s} U(m_s)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} U(m_s)\right)^2} = \frac{U(m_s)}{n} \quad (14)$$

10. Otrzymane wartości wyrażone w jednostkach SI zamieścić w Tabeli Wyników. (W odniesieniu do każdej wyznaczonej wielkości zadbać o identyczność jednostki jej wartości i niepewności).

TABELA WYNIKÓW

	t cieczy	S	D	d	t	m
	[°C]	[m]	[m]	[m]	[s]	[kg]
wartość wielkości X						
całkowita niepewność U(x)						

11. Wykorzystując dane zamieszczone w Tabeli Wyników obliczyć wartość dynamicznego współczynnika lepkości η badanej cieczy:

$$\eta = \frac{mg - \frac{\pi}{6}d^3\rho g}{3\pi dS} \cdot t \cdot \frac{1}{1 + 2.1044 \frac{d}{D}} \quad (15)$$

12. Na podstawie prawa przenoszenia niepewności oszacować wielkość całkowitej niepewności $U(\eta)$ wyznaczenia poszukiwanej wartości η . Oszacowanie $U(\eta)$ proponuje się wykonać etapami realizowanymi w kolejnych punktach.

13. W pierwszej kolejności warto sprawdzić wielkość wpływu wprowadzonej do wzoru (6) poprawki na wartość wyniku końcowego. Oznaczając symbolem P wyrażenie opisujące poprawkę, obliczyć jej wartość:

$$P = \frac{1}{1 + 2.1044 \frac{d}{D}} \quad (16)$$

14. Oceny wpływu poprawki dokonujemy szacując względny jej udział w niepewności $U(\eta)$:

$$U(P) = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial D} U(D)\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial d} U(d)\right)^2} \quad (17)$$

$$\frac{U(P)}{P} = \frac{2.1044 \cdot P}{D} \sqrt{(U(D))^2 + \left(\frac{d}{D} U(d)\right)^2} \quad (18)$$

Oczekuje się, że wartość wyrażenia (12) powinna być jak najmniejsza, a to oznacza, że iloraz $\frac{d}{D}$ powinien być jak najbliższy zero. Spełnienie tego wymogu w warunkach doświadczalnych realizowane jest z

różnym skutkiem. Dlatego podając wnioski końcowe należy odnieść się do konieczności wprowadzenia poprawki P do wzoru (6) i do wyrażenia na całkowitą niepewność $U(\eta)$.

15. Z prawa przenoszenia niepewności oszacować wartość całkowitej niepewności $U(\eta)$:

$$U(\eta) = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial m} U(m)\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial d} U(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial S} U(S)\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} U(t)\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial P} U(P)\right)^2} = \quad (19)$$

$$= \eta \sqrt{\left(\frac{6m}{6m - \pi \rho d^3} \cdot \frac{U(m)}{m}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{3m + \pi \rho d^3}{6m - \pi \rho d^3} \cdot \frac{U(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{U(S)}{S}\right)^2 + \left(\frac{U(t)}{t}\right)^2 + \left(\frac{U(P)}{P}\right)^2}$$

16. Wyniki obliczeń zestawić w Tabeli Wyników Końcowych

TABELA WYNIKÓW KOŃCOWYCH

t_{cieczy} [°C]	$U(t_{\text{cieczy}})$ [°C]	P	$\frac{U(P)}{P} \cdot 100\%$	η	$U(\eta)$	ρ_{tabl}	η_{tabl}
				[Pa·s]	[Pa·s]	$\left[\frac{g}{cm^3}\right]$	[Pa·s]
						*1.26 (20°C)	1.412 (20°C) 0.945 (25°C) 0.624 (30°C)

* Jeżeli badaną cieczą lepką była gliceryna techniczna ($C_3H_8O_3$), to wyznaczoną w eksperymencie wartość $\eta \pm u(\eta)$ porównać z jej wartością tablicową (tablicowe wartości gęstości i dynamicznego współczynnika lepkości widoczne są w Tabeli).

W przypadku użycia innej cieczy, nie podawać danych tablicowych dla gliceryny.

17. Napisać wnioski z doświadczenia, wspomagając się odpowiednim szablonem wniosków.

LITERATURA

- [1] SZYDŁOWSKI H.: Pracownia fizyczna, PWN, Warszawa 1994.
- [2] DRYŃSKI T.: Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978.
- [3] Massalski J., Massalska M.: Fizyka dla inżynierów, cz. 1, WNT, Warszawa 2013.
- [4] BOBROWSKI Cz.: Fizyka – Krótki Kurs, WNT, Warszawa 1995.