
 POLITECHNIKA OPOLSKA	KATEDRA FIZYKI	
	LABORATORIUM FIZYKI	
POMIAR POJEMNOŚCI KONDENSATORA METODĄ MOSTKA WHEATSTONE'A		

WSTĘP

Potencjał elektryczny V odosobnionego przewodnika jest proporcjonalny do zgromadzonego na nim ładunku Q . Powodując zmianę wartości ładunku przewodnika wywołujemy zmianę jego potencjału:

$$Q = C \cdot V \quad (1)$$

W powyższej zależności Q jest wyrażanym w kulombach [C] elektrycznym ładunkiem przewodnika, V – potencjałem przewodnika wyrażanym w voltach [V], natomiast C – wyrażaną w faradach [F] elektryczną pojemnością przewodnika.

W oparciu o zależność (1) definiowana jest jednostkowa wartość pojemności elektrycznej C dowolnego układu mogącego gromadzić ładunek elektryczny w którym zmiana wartości o $1C$ zgromadzonego w nim ładunku skutkuje zmianą potencjału o $1V$:

$$C \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q}{V} \quad \left[1F = \frac{1C}{1V} \right] \quad (2)$$

Bardzo rzadko pojedyncze przewodniki wykorzystuje się do gromadzenia ładunku elektrycznego. Dla tych celów większe praktyczne znaczenie wnoszą układy zwane kondensatorami, składające się z dwóch (lub więcej) wzajemnie izolowanych przewodników zwanych okładzinami, gromadzących ładunki o znakach przeciwnych ale o identycznych wartościach. Specjalnie opracowane konstrukcje kondensatorów poważnie ograniczają wpływy pól zewnętrznych, co skutkuje długimi czasami zachowania na ich okładzinach zgromadzonego ładunku. Okładzinom nadaje się takie kształty, aby pole elektrostatyczne wytworzone przez ładunki było zamknięte wewnątrz kondensatora. Taki warunek spełniają układy blisko rozdzielonych dwóch równoległych płytek, współśrodkowych kul cienkościennych lub współosiowych cienkościennych cylindrów. Z uwagi na kształt geometryczny układu okładek wyróżniamy kondensatory: płaskie, sferyczne lub cylindryczne.

O wartości pojemności C kondensatora w pierwszej kolejności decydują takie parametry, jak: geometria kształtu okładek, ich powierzchnia S oraz względna odległość d między nimi. Wypełnienie przestrzeni między okładkami dielektrykiem o względnej przenikalności ϵ ($\epsilon > 1$), wyraźnie zwiększa wartość pojemności C_0 kondensatora próżniowego (dla którego $\epsilon = \epsilon_0 = 1$):

$$C = \epsilon \cdot C_0 \quad (3)$$

Pojemność C kondensatora z dielektrykiem jest ϵ razy większa od pojemności C_0 kondensatora o takiej samej geometrii ale z próżnią między okładkami.

Z ładunkiem Q zgromadzonym w kondensatorze o pojemności C związana jest różnica potencjałów okładek, równa napięciu elektrycznemu U kondensatora. Wyrażamy to poniższym wzorem:

$$Q = C \cdot U \quad (4)$$

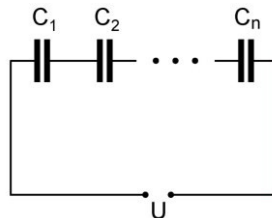
Kondensatory mogą tworzyć układy z szeregowymi i równoległymi rodzajami połączeń. Układ kondensatorów może być traktowany jak pojedynczy kondensator, który często nazywany jest kondensatorem zastępczym. Wartość pojemności układu, nazywana pojemnością zastępczą, zależy od pojemności kondensatorów wchodzących w jego skład oraz konfiguracji połączeń.

Kondensator różnie zachowuje się w obwodach zasilanych napięciem stałym lub napięciem zmiennym. Ma to związek z procesami jego ładowania i rozładowania. Podczas wymuszonych zmianami napięcia kondensatora zmian wartości ładunku na jego okładzinach, kondensator przewodzi prąd elektryczny o natężeniu zależnym od wielkości zmiany ładunku w czasie. Dlatego w obwodach elektrycznych zasilanych stałym napięciem kondensator stanowi przerwę w obwodzie.

W obwodach napięcia zmiennego kondensator wykazuje skończoną wartość oporu dla przepływu prądu elektrycznego. Opór kondensatora X_c , nazywany też reaktancją pojemnościową, zależy od jego pojemności C i szybkości zmian napięcia na jego okładzinach. W przypadku okresowo zmiennych napięć, charakteryzowanych częstotliwością f , opór kondensatora wyrażamy zależnością:

$$X_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \quad (5)$$

Wartość reaktancji pojemnościowej X_c kondensatora o pojemności C zmniejsza się w sposób odwrotnie proporcjonalny ze wzrostem częstotliwości f , co wynika z (12).



Rys. 1. Schemat układu szeregowo połączonych kondensatorów o pojemnościach C_i .
Do układu przyłożono napięcie U z zewnętrznego źródła napięcia.

Na Rys. 1. w sposób schematyczny przedstawiono zasilony napięciem U układ szeregowo połączonych kondensatorów o różnych pojemnościach C_i ($i = 1, 2, i, i+1, \dots, n$). Ładunki elektryczne Q_i i Q_{i+1} sąsiadujących okładzin połączonych przewodnikiem kondensatorów C_i i C_{i+1} mają identyczne wartości, lecz znaki przeciwne. Wobec tego każdy kondensator gromadzi taki sam ładunek a jego wartość równa jest ładunkowi kondensatora zastępczego C układu. Suma napięć U_i kondensatorów równa jest napięciu U źródła zewnętrznego. Spostrzeżenia te zapiszemy z użyciem odpowiednich równań:

$$Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_i = Q_{i+1} = \dots = Q_n \quad (6)$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_i + U_{i+1} + \dots + U_n \quad (7)$$

Uwzględniając wzór (4), napięcia na kondensatorach wynoszą:

$$U = \frac{Q}{C} ; U_1 = \frac{Q_1}{C_1} ; U_2 = \frac{Q_2}{C_2} \dots U_n = \frac{Q_n}{C_n} \quad (8)$$

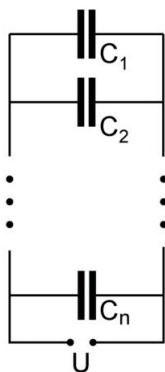
Łącząc wzory (8) i (6) wstawiamy otrzymany wynik wzoru (7):

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_i} + \dots + \frac{Q}{C_n} \quad (9)$$

który po uproszczeniu jest wzorem wiążącym pojemność zastępczą C układu z pojemnościami kondensatorów tworzących szeregowy układ połączeń.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_i} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum \frac{1}{C_i} \quad (10)$$

Wobec tego odwrotność pojemności zastępczej $1/C$ układu szeregowo połączonych kondensatorów równa jest sumie odwrotności $1/C_i$ pojemności kondensatorów układu.



W układzie równolegle połączonych kondensatorów (Rys. 2.) wielkością niezmienniczą jest identyczna dla każdego z kondensatorów wartość napięcia U . Zgodnie z (4) kondensatory będą gromadzić ładunki elektryczne o wartościach Q_i , zależnych od ich pojemności C_i .

Dla układu równoległego możemy zapisać:

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n \quad (11)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (12)$$

Wykorzystując wzór (4), sumę (12) zapisujemy w postaci:

$$CU = C_1U_1 + C_2U_2 + \dots + C_nU_n \quad (13)$$

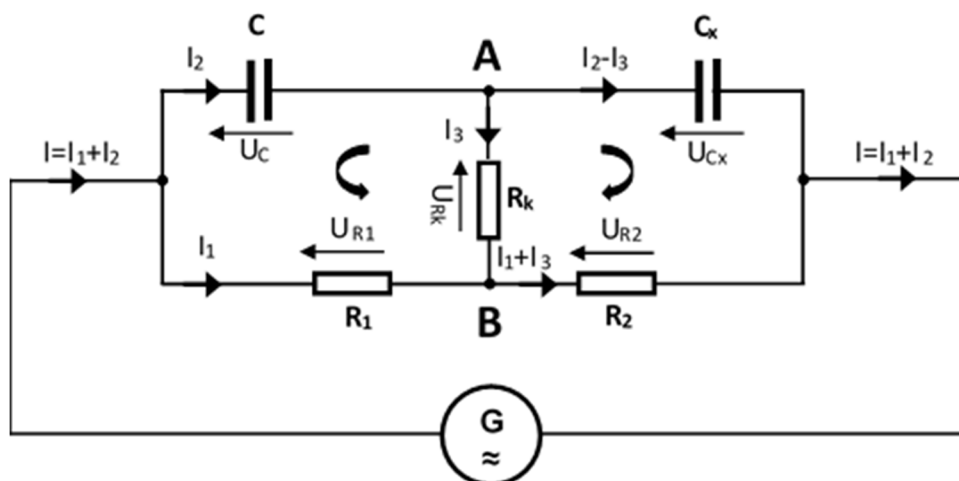
Rys. 2. Schemat układu równolegle połączonych kondensatorów.

Mając na uwadze równość napięć (11), wzór (13) przyjmie prostszą postać:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_i + \dots + C_n = \sum C_i \quad (14)$$

W układzie równolegle połączonych kondensatorów pojemność zastępcza układu C równa jest sumie pojemności C_i kondensatorów układu.

Układ mostka Wheatstone'a (Rys. 3.) składa się z: oporników R_1 i R_2 , kondensatora C pełniącego w mostku rolę wzorca pojemności, oraz dołączanego do układu badanego kondensatora o nieznannej wartości pojemności C_x . Układ zasilany jest z wyjścia generatora G sinusoidalnie zmiennym napięciem. Stan równowagi mostka sprawdzany poprzez kontrolę wartości różnicy potencjałów między punktami A i B równej spadkowi napięcia U_{Rk} na woltomierzu lub odpowiadającej tej różnicy - wartości natężenia I_3 prądu amperomierza. W układzie, woltomierz lub amperomierz (niewidoczne na rysunku) umownie reprezentuje opór wewnętrzny R_k .



Rys. 3. Schemat układu mostka Wheatstone'a. W układzie zaznaczono chwilowe kierunki przepływu prądów i związane z tym spadki napięć na elementach.

Zgodnie z II prawem Kirchoffa dla oczek układu z Rys. 3. możemy zapisać równości:

$$U_{Rk} + U_{Xc} - U_{R1} = 0 \quad (15)$$

$$U_{Rk} - U_{Xcx} + U_{R2} = 0 \quad (16)$$

w którym poszczególne składniki, zgodnie z prawem Ohma, wyrażone są zależnościami:

$$U_{Rk} = I_3 \cdot R_k ; \quad U_{R1} = I_1 \cdot R_1 ; \quad U_{Xc} = I_2 \cdot X_C$$

$$U_{R2} = (I_1 + I_3) \cdot R_2 ; \quad U_{Xcx} = (I_2 - I_3) \cdot X_{Cx}$$

Pomiar pojemności C_x z użyciem rozważanego układu polega na takim doborze wartości C kondensatora wzorcowego, aby osiągnąć stan równowagi mostka, w którym potencjały punktów A i B będą jednakowe. W stanie równowagi różnica wartości tych potencjałów równa jest zero, co oznacza jednoczesne spełnienie relacji $U_{Rk} = 0$ i $I_3 = 0$, i w konsekwencji: $I_1 = I_2$.

Dla stanu równowagi mostka równania (15) i (16) przyjmują postaci:

$$X_C = U_{R1} \quad (17)$$

$$X_{Cx} = U_{R2} \quad (18)$$

Dzieląc równania (17) i (18) stronami oraz uwzględniając wzór (5) otrzymujemy:

$$\frac{\frac{1}{2\pi f C}}{\frac{1}{2\pi f C_x}} = \frac{R_1}{R_2} \quad (19)$$

a po uproszczeniu sprowadza się do następującej zależności:

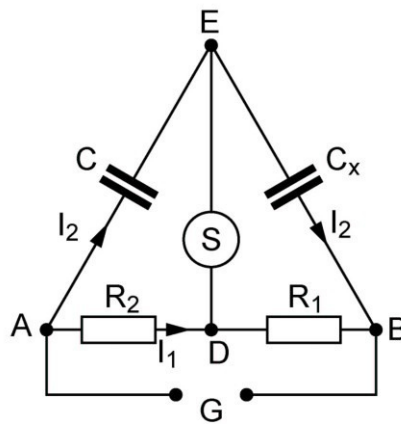
$$C_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot C \quad (20)$$

W idealnym przypadku, gdy przyjmiemy równość wartości R_1 i R_2 , w stanie równowagi mostka, wartość pojemności C_x kondensatora mierzonego równa jest nastawie C wzorca pojemności.

$$C_x = C \quad (21)$$

UKŁAD POMIAROWY

W warunkach laboratoryjnych do pomiarów kondensatorów o nieznannej wartości pojemności używany jest układ przedstawiony na Rys. 4., którego zasada działania jest zgodna z wcześniej omówionym układem mostka Wheatstone'a.



Rys. 4. Schemat połączeń układu pomiarowego.

Zasadniczą część układu tworzą: oporniki R_1 i R_2 , pełniące rolę wzorca dekada pojemności C , umożliwiającą w sposób skokowy zmieniać nastawę wartości, oraz dołączany do układu badany kondensator C_x o nieznannej pojemności. Mostek zasilany jest z wyjścia generatora sygnałowego G zmiennym w czasie napięciem o regulowanej wartości częstotliwości i amplitudy. Do mostka dołączone są słuchawki S emitujące dźwięk o częstotliwości nastawy generatora i natężeniu zależnym od stopnia nierównoważenia układu. W układzie słuchawki pełnią rolę „miernika”, umożliwiającego wykonującemu ćwiczenie „nasłuchiwanie” efektu osiągnięcia w mostku stanu równowagi poprzez stopniowe zmiany nastawy kondensatora dekadowego. Zrównoważony stan układu mostka zostanie osiągnięty dla nastawy kondensatora dekadowego C , skutkującej najmniejszym poziomem natężenia dźwięku w słuchawkach.

Należy zaznaczyć, że wykonaniu pomiarów nieodłącznie towarzyszyć będzie czynnik subiektywny, mający związek z indywidualną percepcją słuchową eksperymentatora. Dlatego wyniki pomiarów poszczególnych kondensatorów badanych mogą być obarczone różnymi wartościami oszacowanych niepewności eksperymentatora. Jest to naturalna konsekwencja predyspozycji indywidualnego aparatu narządu słuchu do identyfikacji dźwięków wykazujących niewielkie różnice poziomów natężeń.

W układzie laboratoryjnym iloraz oporów $P = \frac{R_1}{R_2} = 0,9988$, natomiast szacunkowa wartość jego względnej całkowitej niepewności wynosi: $\frac{u(P)}{P} = 5 \cdot 10^{-3}$.

WYKONANIE POMIARÓW

1. Układ połączyć według schematu widocznego na Rys. 4. Do układu podłączyć pierwszy kondensator o nieznannej wartości pojemności.

2. Włączyć zasilanie generatora. Ustawić częstotliwość f (FREQUENCY) napięcia wyjściowego $400 \text{ Hz} \leq f \leq 2 \text{ kHz}$ oraz jego amplitudę (AMPL. ADJ.) nie większą od ok. 20-30% pełnego zakresu. W słuchawkach powinien być słyszalny dźwięk pracy mostka.
3. Zrównoważyć mostek z badanym kondensatorem podanym niżej sposobem.

- a) Rozpoczynając od pokrętki największych zmian wartości, stopniowo zwiększać pojemność C kondensatora dekadowego. Zwiększaniu pojemności powinien towarzyszyć efekt osłabiania poziomu natężenia dźwięku w słuchawkach – to oznacza prawidłowy kierunek zmian pojemności, zmierzający do stanu zrównoważenia mostka. Jeżeli od pewnego położenia pokrętki poziom natężenia dźwięku zaczyna wzrastać, należy pokrętkę pozostawić w ostatniej pozycji, odpowiadającej chwilowej wartości najniższego poziomu dźwięku, następnie kontynuować równoważenie mostka zwiększając C kolejnym pokrętkiem.
- b) W trakcie sprowadzania mostka do stanu równowagi, pokrętkiem generatora stopniowo zwiększać amplitudę napięcia zasilającego. Czynności z pkt. a) powtarzamy do stanu w którym dla maksymalnej wartości amplitudy napięcia zmiany dokonywane ostatnim użytym pokrętkiem skutkują przechodzeniem mostka przez stan równowagi, tzn. zwiększanie lub zmniejszanie C w każdym przypadku powoduje wzrost natężenia dźwięku w słuchawkach.
- c) Zapisać w Tabeli Pomiarów odczytaną z dekady kondensatorów wartość nastawy pojemności C równą sumie wskazań użytych pokręteł, z uwzględnieniem przypisanym im wartościom jednostkowym. Jako niepewność pomiaru eksperymentatora $\Delta_e(C)$ przyjąć wartość odpowiadającą pojedynczemu skokowi na pokrętkę, którym kończono proces równoważenia.

UWAGA: dla niektórych badanych kondensatorów nie będzie możliwe uzyskanie stanu równowagi mostka dla jednoznacznie określonej nastawy pokręteł kondensatora dekadowego. Poziom dźwięku w słuchawkach eksperymentator może ocenić jako niezmienny w pewnym zakresie zmian pojemności kondensatora dekadowego. Należy wtedy przyjąć połowę szerokości tego zakresu, jako niepewność eksperymentatora pomiaru pojemności kondensatora badanego.

4. Wykonać serię 5 pomiarów każdego kondensatora z zestawu do badań. Pomiary w serii należy różnicować, np. zmianą częstotliwości napięcia generatora, również zamianą eksperymentatora, gdy ćwiczenie wykonuje zespół.
5. W porozumieniu z Prowadzącym wybrać kondensatory do pomiaru zastępczej pojemności układu. Z użyciem przewodów utworzyć układ szeregowy i podłączyć go do mostka. W sposób analogiczny jak dla pojedynczego kondensatora wykonać pomiary układu. Utworzyć równoległy układ kondensatorów i wykonać jego pomiary.
6. Pod Tabelą Pomiarów zapisać informację o klasie kondensatora dekadowego.

TABELA POMIARÓW

badany kondensator	pomiar 1		pomiar 2		pomiar 3		pomiar 4		pomiar 5	
	C_m	$\Delta_e(C_m)$	C_m	$\Delta_e(C_m)$	C_m	$\Delta_e(C_m)$	C_m	$\Delta_e(C_m)$	C_m	$\Delta_e(C_m)$
	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]
$C_{1,m}$										
$C_{2,m}$										
$C_{3,m}$										
$C_{4,m}$										
$C_{5,m}$										
układ szeregowy $C_{s,m}$										
układ równoległy $C_{r,m}$										

klasa kondensatora dekadowego = [%]

OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

1. Dla dowolnie zmierzonej wartości C_m wykonać przykład obliczenia skorygowanej wartości pojemności C kondensatora badanego:

$$C = \frac{R_1}{R_2} \cdot C_m = P \cdot C_m \quad (22)$$

2. Wykonać przykład oszacowania wartości rozszerzonej ($k = 2$) całkowitej niepewności $u(C)$:

$$U(C) = \frac{k \cdot C}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3 \cdot \left(\frac{u(P)}{P}\right)^2 + \left(\frac{\text{klasa}[\%]}{100}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_e(C_m)}{C_m}\right)^2} \quad (23)$$

(wyprowadzenie powyższego wzoru znajduje się w Dodatku)

3. Wykonać pozostałe obliczenia, uzupełniając wartościami Tabelę Wyników:

TABELA WYNIKÓW

badany kondensator	pomiar 1		pomiar 2		pomiar 3		pomiar 4		pomiar 5	
	C	U(C)	C	U(C)	C	U(C)	C	U(C)	C	U(C)
	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]
C ₁										
C ₂										
C ₃										
C ₄										
C ₅										
C _S										
C _R										

4. Dla dowolnego kondensatora (lub układu) wykonać przykład obliczenia średniej wartości pojemności $C_{\text{śr}}$:

$$C_{\text{śr}} = \frac{\sum_{i=1}^5 C_i}{5} \quad (24)$$

5. Dla kondensatora (lub układu) z pkt.4. wykonać przykład oszacowania wartości całkowitej niepewności średniej pojemności $U(C_{\text{śr}})$ z uwzględnieniem metody typu A i metody typu B:

$$U(C_{\text{śr}}) = \sqrt{(U_A(C_{\text{śr}}))^2 + (U_B(C_{\text{śr}}))^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (C_{\text{śr}} - C_i)^2}{5 \cdot (5-1)} + \frac{\sum_{i=1}^5 (U(C)_i)^2}{5}} \quad (25)$$

6. Wykonać pozostałe obliczenia, uzupełniając wartościami Tabelę Wyników:

TABELA WYNIKÓW

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C _S	C _R
	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]
C							
u(C)							

Dla uproszczenia zapisów symboli kondensatorów od tego miejsca pomijane są indeksy „śr”.

7. Dokonać omówienia otrzymanych wyników, zwracając uwagę na wartości niepewności ich charakteryzujących. Dla ilościowego określenia dokładności metody do użytej wyznaczenia pojemności kondensatorów można użyć wartości oszacowania względnej procentowej niepewności:

$$\delta = \frac{U(C)}{C} \cdot 100\% \quad (26)$$

**DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA WZORÓW UMOŻLIWIAJĄCYCH
OBLICZENIE ZASTĘPCZEJ POJEMNOŚCI UKŁADU KONDENSATORÓW**

1. Wiedząc, z których kondensatorów utworzono układ szeregowy, obliczyć jego zastępczą pojemność $C_{S,O}$ (skorzystać ze wzoru (10) oraz wartości C_1 i C_2 zapisanych w Tabeli Wyników, pkt. 6., poprzednia część opracowania):

$$C_{S,O} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad (27)$$

(w powyższym wzorze zamienić indeksy „1” i „2” właściwymi dla oznaczeń kondensatorów, z których utworzono zmierzony układ)

2. Oszacować wartość niepewności zastępczej pojemności $U(C_{S,O})$:

$$U(C_{S,O}) = \sqrt{\left(\frac{\partial C_{S,O}}{\partial C_1} \cdot U(C_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial C_{S,O}}{\partial C_2} \cdot U(C_2)\right)^2} = \frac{C_{S,O}}{C_1 + C_2} \cdot \sqrt{\left(C_2 \cdot \frac{U(C_1)}{C_1}\right)^2 + \left(C_1 \cdot \frac{U(C_2)}{C_2}\right)^2} \quad (28)$$

3. Korzystając z wzoru (14) oraz wartości C_1 i C_2 wyznaczonych w części poprzedniej (Tabela Wyników, pkt. 6.) obliczyć zastępczą pojemność $C_{R,O}$ układu równolegle połączonych kondensatorów:

$$C_{R,O} = C_1 + C_2 \quad (29)$$

(w powyższym wzorze zamienić indeksy „1” i „2” właściwymi dla oznaczeń kondensatorów, z których utworzono zmierzony układ)

4. Oszacować wartość niepewności zastępczej pojemności $U(C_{R,O})$ układu:

$$U(C_{R,O}) = \sqrt{\left(\frac{\partial C_{R,O}}{\partial C_1} \cdot U(C_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial C_{R,O}}{\partial C_2} \cdot U(C_2)\right)^2} = \sqrt{(U(C_1))^2 + (U(C_2))^2} \quad (30)$$

5. Uzpełnić Tabelę Wyników wartościami otrzymanymi w pkt. 1-4 oraz odpowiednimi wartościami przepisanyymi z Tabeli Wyników, pkt. 6. części poprzedniej.

TABELA WYNIKÓW

pojemność układu kondensatorów	C_S	$U(C_S)$	C_R	$U(C_R)$
	[nF]	[nF]	[nF]	[nF]
zmierzona mostkiem				
obliczona ze wzoru				

6. Ocenić stopień zbieżności wartości uzyskanych pojemności układów otrzymanych z pomiaru mostkiem i zastosowaniem wzoru na pojemność zastępczą. Czy dla każdego z układów wyznaczone niepewnościami zakresy pojemności posiadają część wspólną? O czym to świadczy?

LITERATURA

- [1] SZYDŁOWSKI H.: Pracownia fizyczna, PWN, Warszawa 1994.
 [2] REWAJ T.: Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice, PWN, Warszawa 1978.
 [3] SZCZENIOWSKI S.: Fizyka doświadczalna, tom III, PWN, Warszawa 1980.
 [4] Ćwiczenia Laboratoryjne z Fizyki (praca zbiorowa), Skrypt Nr 279, Politechnika Opolska 2007.

DODATEK

Wyprowadzenie funkcji niepewności $U(C)$.

$$\begin{aligned}U(C) &= k \cdot u(C) = k \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial P} \cdot u(P)\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial C_m} \cdot u(C_m)\right)^2} = \\&k \cdot \sqrt{(C_m \cdot u(P))^2 + (P \cdot u(C_m))^2} = k \cdot C \cdot \sqrt{\left(\frac{u(P)}{P}\right)^2 + \left(\frac{u(C_m)}{C_m}\right)^2} \\&k \cdot C \cdot \sqrt{\left(\frac{u(P)}{P}\right)^2 + \left(\frac{u(C_m)}{C_m}\right)^2} = k \cdot C \cdot \sqrt{\left(\frac{u(P)}{P}\right)^2 + \left(\frac{1}{C_m} \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(C_m))^2 + (\Delta_e(C_m))^2}{3}}\right)^2}\end{aligned}$$

Mając na uwadze, że niepewność wzorcowania pomiaru z użyciem dekady kondensatorów:

$$\Delta_d(C_m) = \frac{\textit{klasa}[\%]}{100} \cdot C_m$$

Po podstawieniu wyrażenia na $\Delta_d(C_m)$ i przegrupowaniu wyrazów, końcowy wzór funkcji niepewności $U(C)$ przyjmie postać:

$$U(C) = \frac{k \cdot C}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3 \cdot \left(\frac{u(P)}{P}\right)^2 + \left(\frac{\textit{klasa}[\%]}{100}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_e(C_m)}{C_m}\right)^2}$$