
 POLITECHNIKA OPOLSKA	KATEDRA FIZYKI	
	LABORATORIUM FIZYKI	
BADANIE SIŁY AERODYNAMICZNEJ		

WSTĘP

Przedmiotem badań dynamiki płynów (w ramach hydrodynamiki i aerodynamiki) jest ruch płynów (czyli przepływ) oraz transport materii w cieczach i gazach (odbywający się pod wpływem różnic wartości ciśnienia oraz sił zewnętrznych, z uwzględnieniem tarcia wewnętrznego). Nawet najbardziej podstawowy ruch płynu może jednak okazać się dość skomplikowany. Dlatego w wielu zastosowaniach technicznych przyjmuje się, że ciecz (gaz) ma cechy płynu doskonałego dla takich bowiem cieczy i gazów prawa dynamiki płynów odznaczają się dużą prostotą. Płyn idealny (doskonały) to płyn nieściśliwy (ze względu na stałą w całej objętości gęstość zmiana objętości jest trudna do zrealizowania) i nielepki (brak sił tarcia wewnętrznego). Niektóre ciecze rzeczywiste (np. woda) w warunkach powolnego przepływu można traktować w pewnym przybliżeniu jak ciecze doskonałe. Z kolei gazy, jeśli ich przepływ uwarunkowany jest niewielkimi tylko nadwyżkami ciśnienia, możemy tak traktować ze względu na zwykle bardzo małą ich lepkość. Okazuje się, że niewielkie różnice ciśnień powodujące nieznaczne zmiany gęstości (gazy są bardzo ściśliwe) mogą prowadzić do szybkiego przepływu gazu. Jak przewiduje teoria i pokazuje doświadczenie, do prędkości rzędu ~ 100 m/s gaz można traktować tak jak nieściśliwą ciecz.

Precyzyjna definicja lepkości wiąże się z pojęciem laminarności przepływu. Przepływ laminarny to taki, w którym nie występuje mieszanie się sąsiednich warstw płynu, a wektory prędkości poszczególnych warstw strumienia przyjmują kierunek równoległy do kierunku przepływu cieczy lub gazu. Podczas przepływu turbulentnego, powstają lokalne obszary mieszania się warstw, w których tworzą się wiry a prędkości cząstek przyjmują inne wartości i kierunki niż wynikające z wypadkowego wektora globalnego przepływu. W warunkach przepływu laminarnego (warstwowego) dla nieściśliwego płynu bez tarcia, podstawowym prawem mechaniki płynów jest prawo Bernoullego (suma ciśnień statycznego i dynamicznego jest zachowana nie tylko w czasie, ale i wzdłuż linii prądu czyli toru przepływu płynu). Prawo to opisane jest równaniem:

$$p_0 + \rho gh + \frac{1}{2} \rho V^2 = const. \quad (1)$$

gdzie:

- p_0 – ciśnienie statyczne,
- ρ – gęstość ośrodka (płynu),
- g – przyspieszenie ziemskie,
- V – prędkość przepływu.

Równanie Bernoullego reprezentuje jest nieco inną formę zapisu zasady zachowania energii dla nieściśliwego płynu w obecności braku oporów ruchu (suma energii kinetycznej, potencjalnej i ciśnienia jednostki masy lub objętości ustalonego przepływu cieczy doskonałej, jest wielkością stałą). Uwzględniając właściwości gazów, pierwotne równanie Bernoullego można przekształcić do takiej postaci, aby wnioski z niego płynące mogły być stosowane również dla nich:

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho V^2 = const. = p \quad (2)$$

Rozważając przepływ gazów zaniedbujemy siły masowe, gdyż nie wywierają istotnego wpływu na przepływ gazu. W takim przypadku w równaniu (1) można pominąć (włączając do stałej const.) człon wyrażający energię potencjalną (ρgh). W ten sposób otrzymujemy odmianę równania Bernoullego (2), w którym sumę ciśnień statycznego p_0 i dynamicznego $p_d = \frac{1}{2} \rho V^2$ wyrażamy ciśnieniem całkowitym p .

Siły wzajemnego oddziaływania ciał stałych z otaczającymi je ośrodkami (cieczą lub gazem) nie zależą od tego czy ośrodek opływa nieruchome ciało stałe, czy też odwrotnie - obiekt porusza się w nieruchomym ośrodku. W ujęciu aerodynamicznym na ciało opływane przez gaz (np. powietrze) działa siła F , którą możemy wyrazić wzorem:

$$F = \int p dA \quad (3)$$

gdzie A jest prostopadłą do kierunku przepływu ośrodka powierzchnią przekroju poprzecznego ciała. Siły działające na taką powierzchnię wywołane są ciśnieniem p i siłą oporu aerodynamicznego F_R . Wartość tej siły jest wyrażona poprzez ciśnienie dynamiczne p_d strumienia gazu oraz powierzchnię przekroju czołowego obiektu S . Siła oporu F_R , podobnie jak siła tarcia, zawsze przeciwdziała ruchowi, ale w przeciwieństwie do tarcia stanowi pewną funkcję względnej prędkości V ruchu oraz zależy od wielkości danego obiektu, jego kształtu, rodzaju ośrodka i jego gęstości ρ . Korzystając z równania (3) i uwzględniając współczynnik oporu c powietrza, siłę oporu aerodynamicznego opisuje zależność:

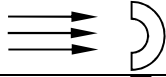
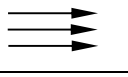
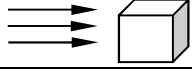

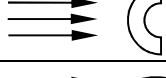

$$F_R = \frac{1}{2} c \rho S V^2 \quad (4)$$

gdzie:

- F_R – siła oporu aerodynamicznego,
- c – bezwymiarowy współczynnik oporu ośrodka,
- ρ – gęstość ośrodka (gazu, płynu),
- S – pole przekroju poprzecznego ciała (pole przekroju prostopadłego do kierunku wektora prędkości),
- V – prędkość przepływu strumienia ośrodka.

W celu zmniejszenia (redukcji) siły oporu należy stosować aerodynamiczne (opływowe) kształty ciał. Kształt opływowy charakteryzuje się tym, że jego maksymalny przekrój przesunięty jest ku przodowi a w części tylnej łagodnie przechodzi w ostre zakończenie. Linie prądu strumienia ośrodka opływając powierzchnię ciała, przyjmując kierunki odzwierciedlające kształt ciała, zachowując równoległość do jego powierzchni. Współczynnik oporu ośrodka c jest wielkością wyznaczaną na drodze empirycznej (zwykle w specjalnym tunelu aerodynamicznym), jego wartość zależy od kształtu oraz stopnia chropowatości powierzchni ciała. Przykłady wartości c dla wybranych kształtów ciała zamieszczono w Tabeli 1.

TABELA 1

Obiekt	Współczynnik oporu powietrza c
	1,35
	1,11
	1,05
	0,82
	0,35
	0,04

Do rozróżnienia rodzaju przepływu (laminarny lub turbulentny) korzysta się z wielkości zwanej liczbą Reynoldsa, Re :

$$Re = \frac{LV}{\nu} = \frac{LV\rho}{\eta} \quad (5)$$

gdzie L jest typowym liniowym rozmiarem cechującym geometrię obiektu (tzw. „długość charakterystyczna”), ν – lepkością kinematyczną ośrodka wyrażaną w $[m^2/s]$ a poprzez gęstość ośrodka ρ związana z lepkością dynamiczną η ośrodka (w układzie jednostek SI wymiarem lepkości jest $[Pa \cdot s]$ lub $[N \cdot s/m^2]$). Dla małych wartości Re (poniżej 3000) mamy do czynienia z przepływem laminarnym, który dla wyższych wartości liczby Re przechodzi w przepływ turbulentny. Dla kształtów opływowych współczynnik oporu c w znacznej mierze jest niezależny od liczby Reynoldsa.

W zależności od względnej szybkości V strugi powietrza opływającej przedmiot, zależność siły aerodynamicznej F_R od V można w sposób przybliżony charakteryzować pół-empirycznym przybliżeniem:

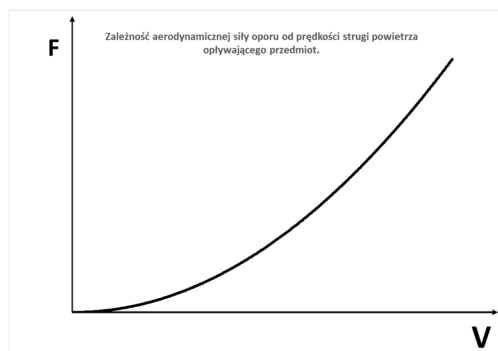
$$F_R \approx A \cdot V + B \cdot V^2 + C \cdot V^3 + \dots \quad (6)$$

gdzie A, B, C , itd... to stałe (współczynniki będące liczbami rzeczywistymi) zależne od rodzaju materiału z którego wykonany jest przedmiot, jego kształtu, powierzchni, gęstości powietrza, itp... W zależności od wartości prędkości V nie wszystkie składowe zależności (6) wnoszą znaczący wkład do wartości F_R . Dla bardzo małych wartości prędkości (zwykle wartości ułamkowe lub pojedyncze m/s) wartość siły oporu F_R wzrasta proporcjonalnie z prędkością V . Zwiększanie wartości prędkości V powoduje znikomy wkład składnika liniowego ($A \cdot V$) do siły oporu, a zależność $F_R(V)$ przyjmuje nieliniowy charakter, w którym znaczenie przejmują kolejne składowe wielomianu (6).

Dla znaczącej liczby ruchów obiektów obserwowanych w codziennym otoczeniu, z dobrym przybliżeniem można założyć, że wartości działających na nie aerodynamicznych sił F zależą wprost proporcjonalnie od pierwszej potęgi i kwadratu prędkości V ich ruchu względem spoczywającego powietrza:

$$F = A \cdot V + B \cdot V^2 \quad (7)$$

Zależność opisaną równaniem (7) wynikającą z przewidywań teoretyczno-empirycznych w sposób poglądowy przedstawiono na Rys. 1.

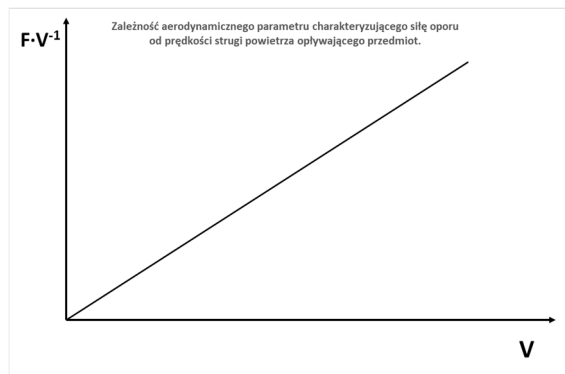


Rys. 1. Zależność aerodynamicznej siły oporu F od prędkości V strugi powietrza.

Na potrzeby badań siły aerodynamicznej zależność (7), po jej obustronnym podzieleniu przez V , sprowadza się do postaci:

$$\frac{F}{V} = B \cdot V + A \quad (8)$$

Dokonana zmiana umożliwiła graficzną linearyzację pierwotnie nieliniowej zależności (7), co przedstawiono na Rys. 2. Umownie wprowadzono nazwę wielkości $(F \cdot V^{-1})$ zapisanej po lewej stronie równości (8), jako parametr charakteryzujący siłę oporu aerodynamicznego.



Rys. 2. Zależność aerodynamicznego parametru siły oporu od prędkości strugi powietrza.

Wielkość nachylenia prostej do osi V zależy od stałej B , odpowiadającej za znaczenie „kwadratowej” składowej zależności (7). W przypadku badań siły aerodynamicznej działającej na zróżnicowane obiekty, wzrost nachylenia prostej powodowany jest gorszymi warunkami opływu obiektu przez strumień powietrza. Gdy wyniki eksperymentu skutkują prostoliniowym ułożeniem punktów doświadczalnych w układzie współrzędnych użytym na Rys. 2., można mieć pewność, że dominującą rolę w zależności (7) przyjmuje nieliniowa składowa zależna od V^2 . Ilościowa analiza eksperymentalnie wyznaczonej zależności (8) dla obiektów o porównywalnych przekrojach poprzecznych ale różnych kształtach pozwala w oparciu o znajomość wartości wyznaczonych stały B , w sposób obiektywny ocenić ich aerodynamiczną opływowość. Im bardziej opływowy kształt obiektu, tym wyznaczona dla niego zależność (8) będzie charakteryzowana mniejszą wartością B .

W zależności (8) (również i w (9)) oczekuje się niezerowej i dodatniej wartości stałej A , w sposób bezpośredni związanej ze składową liniową siły oporu powietrza. Doświadczalnie wyznaczona wartość parametru A w zależności (8) nie zawsze w sposób przekonujący ujawnia jej obecność. Często wielkość liniowej składowej siły aerodynamicznego oporu jest na tyle mała, że w obecności dominującej roli składowej nieliniowej (i niemożliwych do eliminacji niepewności pomiarowych), otrzymane wartości A są na poziomie wartości niepewności ich wyznaczenia lub ich znak jest ujemny.

W przypadkach, gdy na drodze eksperymentalnej otrzymuje się wartość A dodatnią i wyraźnie (minimum kilkakrotnie) większą od niepewności jej wyznaczenia, wtedy warto dokonać oszacowania granicznej wartości V_{gr} umownie rozdzielającej zakres prędkości strugi powietrza na obszary: liniowy i nieliniowy. Przyjmijmy w sposób arbitralny kryterium, że obszar nieliniowego charakteru siły aerodynamicznej rozpoczyna się, gdy obecna w zależności (7) wielkość składowej nieliniowej stanowi co najmniej np. $p = 20\%$ wielkości składowej liniowej. Przyjęte kryterium wyraża nierówność:

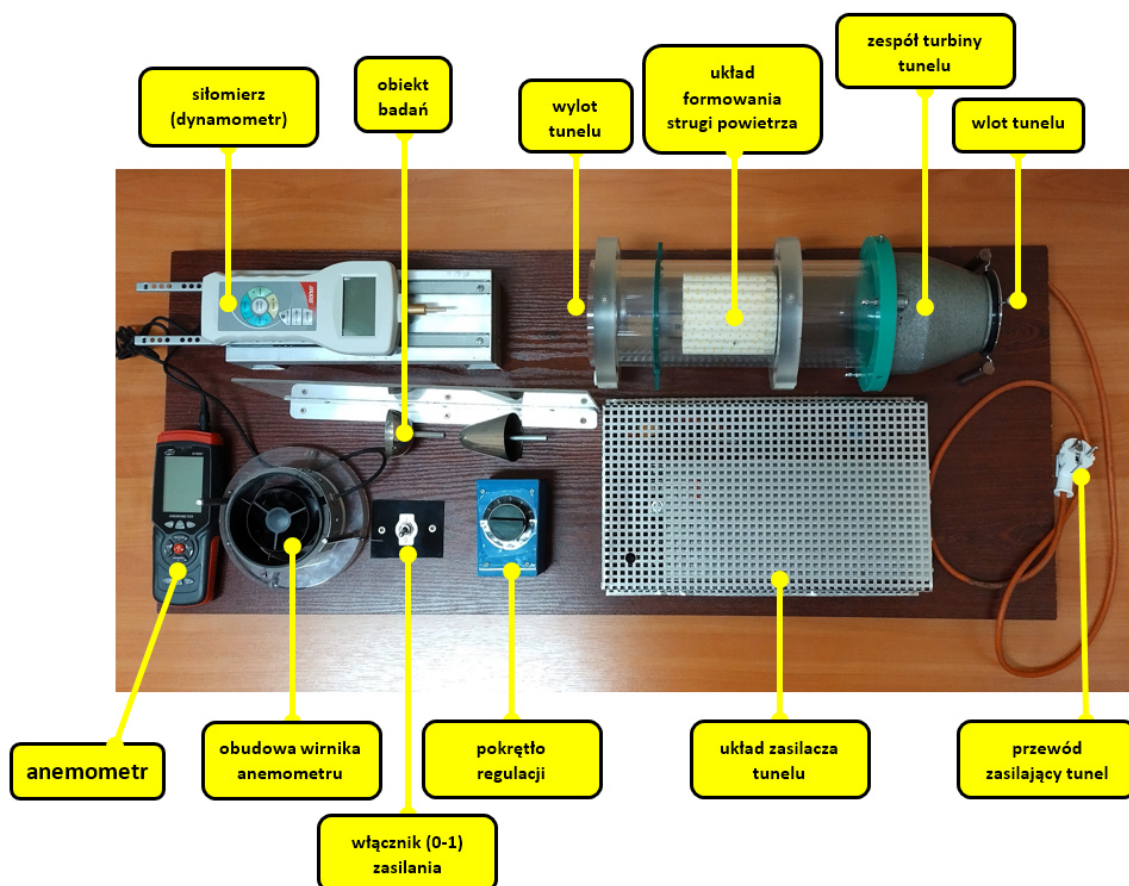
$$A \cdot V_{gr} \leq \frac{p}{100} \cdot B \cdot V_{gr}^2 \quad (9)$$

Na podstawie którego można oszacować wartość umownej prędkości granicznej V_{gr} :

$$V_{gr} \geq \frac{100 \cdot A}{p \cdot B} \quad (10)$$

Obiekt poruszający się z prędkością mniejszą od V_{gr} będzie doznawał działania siły aerodynamicznego oporu, której wartość będzie wprost proporcjonalna do prędkości jego ruchu.

UKŁAD DOŚWIADCZALNY Z TUNELEM AERODYNAMICZNYM



Anemometr (bez części wirnikowej)



Siłomierz (dynamometr)

W skład zestawu wchodzi anemometr elektro-mechaniczny, przyrząd służący do pomiaru miejscowych prędkości strumienia gazu. Anemometr mechaniczny składa się z obudowy z zamontowanym układem wirnika skrzydełkowego oraz elektronicznej jednostki sterującej i przeliczającej prędkość obrotową wirnika. Obudowa wirnika anemometru pozwala na zamocowanie jej na końcu tunelu aerodynamicznego. Zasada działania anemometru oparta jest zamianie energii kinetycznej strumienia gazu na ruch obrotowy wirnika. Z obecnych w układzie wirnika czujników prędkości obrotowej sygnał elektryczny w postaci impulsów przekazywany jest do układu przetwarzania i wyświetlania wartości prędkości (średniej, chwilowej, maksymalnej lub minimalnej). Szybkość odświeżania wyniku i ustalenia stabilnej wartości końcowej jest nie dłuższa od 3 sekund.

WYKONANIE POMIARÓW

BEZWZGLĘDNI PRZESTRZEGAĆ

1. Turbina tunelu aerodynamicznego w pobliżu wlotu wytwarza dużą wartość podciśnienia, natomiast na wylocie znaczące ciśnienie nadmiarowe. Dlatego ze stanowiska należy **usunąć wszystkie przedmioty** niemające związku z ćwiczeniem.
2. Turbinę zatrzymuje się ustawiając pokrętkę regulacji w pozycji „0”. Zasilanie (przełącznik 0-1) turbiny włączamy przed pierwszym pomiarem, a wyłączamy po wykonaniu ostatniego pomiaru. Przed włączeniem/wyłączeniem zasilania układu turbiny upewnić się że pokrętkę regulacji znajduje się w pozycji „0”.
3. Turbina wytwarza hałas o bardzo dużym natężeniu, dlatego serię pomiarową wykonywać w sposób wcześniej przygotowany i w jak najkrótszym czasie.
4. Podczas pomiarów wskazania dynamometru (siłomierza) nie będą stabilne. Nie tracąc celu i jakości pomiarów wystarczy z wyświetlacza zapisywać pierwsze trzy cyfry znaczące, a fakt braku stabilności wskazań odnotowywać stosowną informacją o niepewności eksperymentatora.

CZĘŚĆ PIERWSZA

Pomiary długości charakterystycznych badanych obiektów

1. Ustalić z Prowadzącym zajęcia zakres nastaw regulatora turbiny oraz zestaw obiektów do badań.
2. Wykonać pomiary „długości charakterystycznej” (typowy rozmiar liniowy rozważanej geometrii) badanych obiektów dla oszacowania wartości ich powierzchni czynnych wystawionych na działanie strugi powietrza. Wyniki pomiarów zapisać w Tabeli Pomiarów. Nie notować wartości niepewności tego pomiaru, ponieważ tylko szacujemy wartość końcową.

CZĘŚĆ DRUGA

Wyznaczenie zależności szybkości strugi powietrza w kanale aerodynamicznym od położenia nastawy regulatora silnika turbiny






1. Zapoznać się z instrukcją obsługi anemometru elektro-mechanicznego.
2. Obudowę z wirnikiem nasunąć i docisnąć do wylotu tunelu.
3. Podłączyć do sieci elektrycznej przewód zasilający tunel. Przełącznikiem (0-1) włączyć zasilanie.
4. Przyciskiem „ON/OFF” włączyć anemometr. Po jego uruchomieniu wyzerować jego wskazanie przyciskiem „0”.
5. Ustawić pokrętkę regulacji w pozycję „1”. Po około 2-3 sekundach odczytać i zanotować w Tabeli Pomiarów wartość prędkości strumienia powietrza. Oszacować wielkość niepewności eksperymentatora pomiaru szybkości strumienia a jej indywidualną wartość zanotować w Tabeli Pomiarów.
6. Nie wyłączając turbiny, powtórzyć czynności z pkt. 5. dla pozostałych nastaw regulatora. Po zakończeniu pomiarów pokrętkę regulacji ustawić w pozycji „0”.
7. Odłączyć od tunelu obudowę z wirnikiem i odłożyć ją w bezpieczne miejsce.

CZĘŚĆ TRZECIA

Pomiar siły aerodynamicznej

- 1.** Umieścić na końcówce siłomierza pierwszy obiekt badań. Zbliżyć siłomierz z badanym obiektem do końca tunelu na taką odległość, by dalsza krawędź obiektu została wsunięta do tunelu na głębokość około 5 mm (tego nie trzeba mierzyć!).
- 2.** Włączyć siłomierz i wyzerować jego wskazanie.
- 3.** Ustawić pokrętkę regulacji w pozycję „1”. Po około 2-3 sekundach odczytać i zanotować w Tabeli Pomiarów wartość siły aerodynamicznej. Oszacować wielkość niepewności eksperymentatora pomiaru siły a jej indywidualną wartość zanotować w Tabeli Pomiarów.
- 4.** Nie wyłączając turbiny, powtórzyć czynności z pkt. 3. dla pozostałych nastaw regulatora. Po zakończeniu pomiarów pokrętkę regulacji ustawić w pozycji „0”.
- 5.** Powtórzyć czynności z pkt. 1-4 dla pozostałych obiektów badań.
- 6.** Przełącznikiem (0-1) wyłączyć zasilanie układu tunelu. Wyjąć wtyczkę z sieci zasilającej.

TABELA POMIARÓW

szkic kształtu obiektu	X	X										
oznaczenie obiektu	X	X	1	2	3	4	5					
nastawa regulatora turbiny	V	$\Delta_e(V)$	F	$\Delta_e(F)$	F	$\Delta_e(F)$	F	$\Delta_e(F)$	F	$\Delta_e(F)$	F	$\Delta_e(F)$
	$\left[\frac{km}{h}\right]$	$\left[\frac{km}{h}\right]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$	$[N]$
0												
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
długość charakterystyczna [mm]	X	X										

$$\Delta_d(V) = \dots \left[\frac{km}{h}\right]$$

$$\Delta_d(F) = \dots [N] \text{ dla zakresu: } \dots [N]$$

$$\Delta_d(F) = \dots [N] \text{ dla zakresu: } \dots [N]$$

OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

1. Obliczyć wartości przekrojów czynnych badanych obiektów. Wyniki obliczeń podać z dwiema cyframi znaczącymi. Do wniosków z ćwiczenia dodać wzmiankę o stwierdzeniu porównywalności wartości przekrojów poprzecznych badanych obiektów.
2. Dla jednej wartości V lub F wykonać w oparciu o poniższy ogólny wzór przykład oszacowania jej rozszerzonej ($k = 2$) całkowitej niepewności $U(x)$ pomiaru bezpośredniego. Wykonać obliczenia dla pozostałych wartości V i F, a otrzymane wyniki zapisać w Tabelach Wyników, osobnych dla każdego z badanych obiektów

$$U(x) = k \cdot \sqrt{(\Delta_d(x))^2 + (\Delta_e(x))^2} \quad (11)$$

3. Wykonać przykład obliczenia wartości aerodynamicznego parametru R siły oporu. Wykonać obliczenia R dla pozostałych danych F i V a otrzymane wartości zapisać w Tabelach Wyników, odpowiednich dla badanych obiektów.

$$R = \frac{F}{V} \quad (12)$$

4. Wykonać przykład oszacowania niepewności $U(R)$. Wykonać obliczenia $U(R)$ dla pozostałych R, a otrzymane wartości zapisać w Tabelach Wyników, odpowiednich dla badanych obiektów.

$$U(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial F} \cdot U(F)\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial V} \cdot U(V)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V} \cdot U(F)\right)^2 + \left(-\frac{1}{V^2} \cdot U(V)\right)^2} = \frac{F}{V} \cdot \sqrt{\left(\frac{U(F)}{F}\right)^2 + \left(\frac{U(V)}{V}\right)^2} \quad (13)$$

5. Przykład Tabeli Wyników badań pierwszego obiektu:

TABELA WYNIKÓW: badany obiekt 1						
l.p.	V	U(V)	F	U(F)	$\frac{F}{V}$	$U\left(\frac{F}{V}\right)$
	$\left[\frac{m}{s}\right]$	$\left[\frac{m}{s}\right]$	[N]	[N]	$\left[\frac{N \cdot s}{m}\right]$	$\left[\frac{N \cdot s}{m}\right]$
0	0	0	0	0	0	0
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						

UWAGA: obecne w Tabeli Wyników wartości w wierszu „0” przyjmujemy za liczby pewne.

6. W jednym układzie współrzędnych dla wszystkich badanych obiektów wykonać wykres rodziny zależności aerodynamicznej siły oporu F od prędkości V strugi powietrza. Do ułożenia każdego ze zbiorów punktów doświadczalnych otrzymanych dla badanego obiektu kreską przerywaną poprowadzić linię trendu. (patrz Rys. 1.)

7. W jednym układzie współrzędnych dla wszystkich badanych obiektów wykonać wykres rodziny zależności parametru aerodynamicznej siły oporu $\frac{F}{V}$ od prędkości V strugi powietrza. Dla każdego ze zbiorów punktów doświadczalnych otrzymanych dla badanego obiektu kreską przerywaną poprowadzić prostą trendu ich ułożeń. (patrz Rys. 2.)
7. Z użyciem funkcji REGLINP (arkusz Excel) dla każdej prostej wykresu z pkt. 7. wyznaczyć wartości stałych liczbowych a i b równania (14) prostej najlepszego dopasowania i odpowiadające im wartości niepewności $u(a)$ i $u(b)$.

$$\frac{F}{V} = a \cdot V + b \quad (14)$$

8. Wyznaczone w pkt. 7 wartości zapisać w Tabelach Wyników, osobno dla każdego z badanych obiektów:

TABELA WYNIKÓW. Wartości stałych dopasowania równania (14) - badany obiekt 1

parametry równania prostej	nachylenie		odcięta		miara jakości dopasowania
	a	u(a)	b	u(b)	R ²
	$\left[\frac{Ns^2}{m^2}\right]$	$\left[\frac{Ns^2}{m^2}\right]$	$\left[\frac{Ns}{m}\right]$	$\left[\frac{Ns}{m}\right]$	[-]
przed zaokrągleniem					
po zaokrągleniu					

9. W odniesieniu do wyznaczonych wartości b i $u(b)$ i równania (8) dokonać oceny istotności składowej liniowej w pół-empirycznej zależności aerodynamicznej siły oporu od prędkości strugi powietrza (patrz – analiza stałych równania (8) w części wstępnej).
10. Zestawić w tabeli wyniki końcowe dla badanych obiektów, zestawiając je w hierarchii kształtów: od najbardziej opływowego do najmniej opływowego.

TABELA WYNIKÓW KOŃCOWYCH

schematyczny kształt obiektu	przedział wartości prędkości strugi powietrza, w którym wykonano badania $\left[\frac{km}{h}\right]$	wartość stałej nieliniowej składowej oporu aerodynamicznego $B \pm U(B) \left[\frac{N \cdot s^2}{m^2}\right]$	istotność liniowej składowej siły aerodynamicznej (TAK / NIE)

11. Napisać wnioski z ćwiczenia odnosząc się do wyników doświadczalnej weryfikacji badanej zależności wpływu kształtu obiektu na związaną z tym wielkość aerodynamicznej siły tarcia.

LITERATURA

- [1] SZYDŁOWSKI H.: Pracownia fizyczna, PWN, Warszawa 1994.
 [2] DRYŃSKI T.: Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978.
 [3] MASSALSKI J., MASSALSKA M.: Fizyka dla inżynierów, cz. 1, WNT, Warszawa 2013.
 [4] BOBROWSKI Cz.: Fizyka – Krótki Kurs, WNT, Warszawa 1995.