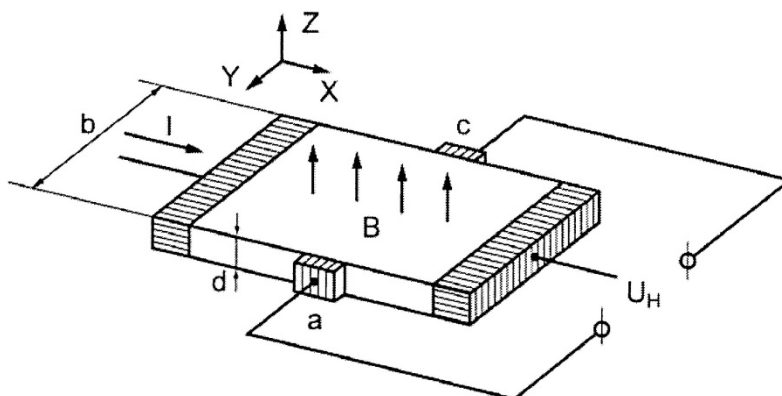


## ZJAWISKO HALLA (POMIAR NAPIĘCIA HALLA I WYZNACZENIE KONCENTRACJI NOŚNIKÓW)

### WSTĘP

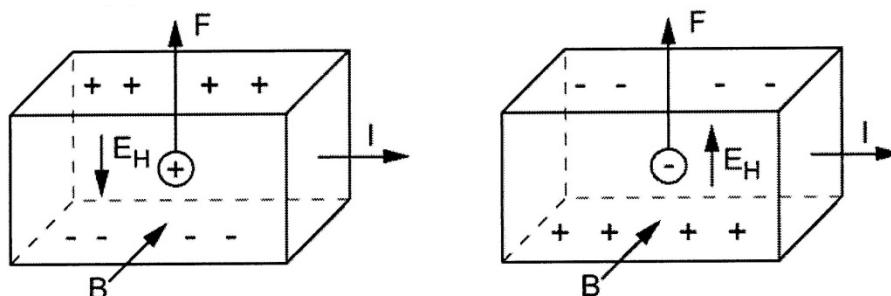
W roku 1879 E.H. Hall zaplanował doświadczenie, które pozwala określić znak ładunków poruszających się w półprzewodniku, a także ich koncentrację i ruchliwość. Niech przez półprzewodnik, mający kształt prostokątnej płytki (Rys. 1.), płynie prąd elektryczny o gęstości  $\vec{j}$ . W tym przypadku wektor gęstości prądu pokrywa się z kierunkiem wektora natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$  przyłożonego do próbki. Jeśli półprzewodnik jest jednorodny, to płaszczyzna ekwipotencjalna, przechodząca przez  $a$  i  $c$ , ustawiona prostopadle do kierunku pola elektrycznego o natężeniu  $\vec{E}$ , jest prostopadła również do wektora gęstości prądu  $\vec{j}$ . Wobec tego różnica potencjałów między punktami  $a$  i  $c$  jest równa zero. Umieścimy teraz płytkę półprzewodnika w jednorodnym polu magnetycznym, którego linie indukcji są prostopadłe do kierunku przepływu prądu. Jak wiadomo, na ładunek elektryczny  $q$ , poruszający się z prędkością  $v$  w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$ , działa siła Lorentza:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



Rys. 1. Model do pomiarów napięcia Halla

Kierunek działającej na ładunek siły Lorentza zależy od znaku nośnika ładunku  $q$  oraz iloczynu wektorowego prędkości  $\vec{v}$  i indukcji  $\vec{B}$ . Jeśli prędkość nośników ładunku ma składową prostopadłą do indukcji  $\vec{B}$ , to pod działaniem siły Lorentza następuje odchylenie ładunku w kierunku prostopadłym do  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$ . W wyniku tego następuje przestrzenne rozdzielanie ładunków i pojawia się pole elektryczne  $\vec{E}_H$  (Rys. 2.).



Rys. 2. Odchylenie nośników ładunku pod wpływem pola magnetycznego w próbkach półprzewodnika z przewodnictwem dziurowym (a) i elektronowym (b)

Konsekwencją rozdzielania ładunków, jest pojawienie się różnicy potencjałów  $U_H$  między punktami  $a$  i  $c$ . Efekt ten nazywamy zjawiskiem Halla, a różnicę potencjałów  $U_H$  - napięciem Halla. Pod działaniem siły Lorentza, przy ustalonej przez nas orientacji przestrzennej wektorów  $\vec{B}$  i  $\vec{E}$ , dziury w półprzewodniku

akceptorowym (Rys. 2a.) lub elektrony w półprzewodniku donorowym (Rys. 2b.) odchylają się ku górnej ściance próbki, a na dolnej ściance występuje niedostatek odpowiednich nośników ładunku. To powoduje powstanie przeciwnego co do znaku ładunku w stosunku do ładunku na górnej ścianie. Ten proces trwa dopóty, dopóki wzrastające w wyniku rozdzielania nośników ładunku poprzeczne pole elektryczne  $E_H$  nie wytworzy siły działającej na swobodne nośniki ładunku równoważającej siłę Lorentza. W stanie równowagi siły te mają równe wartości, a dla elektronowego półprzewodnika spełniają równość:

$$e \cdot E_H = e \cdot v \cdot B$$

Jeżeli szerokość półprzewodnikowej próbki wynosi  $b$  a jej grubość  $d$ , to różnica potencjałów  $U_H$  wynosi:

$$U_H = E_H \cdot b = -v \cdot B \cdot b$$

Natężenie prądu sterującego  $I_x$ , gęstość prądu  $j$  oraz prędkość nośników  $v$  spełniają zależności:

$$\begin{aligned} I_x &= j \cdot S ; & S &= b \cdot d ; \\ j &= e \cdot n \cdot v ; & U_H &= -\frac{1}{e \cdot n} \cdot \frac{1}{d} \cdot I_x \cdot B \end{aligned} \quad (1)$$

$$U_H = R \cdot \frac{B}{d} \cdot I_x \quad (2)$$

W powyższych zależnościach symbolem  $n$  oznaczono koncentrację objętościową nośników ładunku elektrycznego - elektronów.

Współczynnik  $R$  nazywany jest stałą Halla, której wartość zależy od właściwości materiału półprzewodnika z którego wykonano płytkę hallotronu. Jeśli do przewodnictwa elektrycznego półprzewodnika przyczyniają się dwa różne typy nośników ładunku (elektrony i dziury), to wartość stałej Halla można obliczyć za pomocą wzoru:

$$R = \frac{n_h \cdot \mu_h^2 - n_e \cdot \mu_e^2}{e \cdot (n_h \cdot \mu_h + n_e \cdot \mu_e)^2}$$

w którym:  $n_h, n_e$  – to koncentracje nośników ładunku, odpowiednio: dziur i elektronów,  
 $\mu_h, \mu_e$  – to wartości ruchliwości dziur i elektronów,  
 $e$  – wartość ładunku elementarnego.

Półprzewodniki cechuje silna zależność ich przewodnictwa od temperatury, dlatego wartość otrzymana przy użyciu powyższego wzoru jest tylko słuszna dla danej temperatury.

W warunkach laboratoryjnych wartość  $R$  stałej Halla można wyznaczyć w oparciu o liczbowe parametry równania charakterystyki prądowo napięciowej, zmierzonej w stałym polu magnetycznym o znanej wartości indukcji  $B$ .

Znajomość stałej Halla pozwala oszacować koncentrację nośników ładunku elektrycznego półprzewodnika hallotronu. W przypadku, gdy nośnikami są elektrony korzystamy z połączonych zależności (1) i (2) (pominięto znak „-” z uwagi na bezwzględną wartość koncentracji) relacji:

$$n = \frac{1}{e \cdot R} \quad (3)$$

Natomiast, jeśli nośnikami ładunku są dziury o koncentracji  $p$ , to:

$$\begin{aligned} U_H &= \frac{1}{e \cdot p} \cdot \frac{1}{d} \cdot I_x \cdot B = R \cdot \frac{B}{d} \cdot I_x \\ R &= \frac{1}{e \cdot p} \end{aligned}$$

Hallotrony znalazły szerokie zastosowanie w układach do precyzyjnego przemieszczania lub pozycjonowania różnych urządzeń w oparciu o pomiar składowych ziemskiego pola magnetycznego. Wrażliwość hallotronów na zmiany pola magnetycznego wykorzystuje się m.in. w układach elektronicznych kompasów lub układach sterujących orientacją obrazów na ekranach przenośnych telefonów. Miarą jakości hallotronu jest stała hallotronu będąca ilorazem stałej Halla  $R$  przez grubość płytki hallotronu ( $R/d$ ). Do parametrów charakteryzujących zdolność do hallotron reagowania zaliczamy m.in.:

- czułość prądową -  $\frac{\Delta U_H}{\Delta I_x} |_{B=const}$  – zwykle wyrażana w  $\left[\frac{mV}{mA}\right]$  miara odpowiedzi napięciowej hallotronu wywołana jednostkową zmianą natężenia prądu sterującego, dla stałej wartości indukcji magnetycznej,
- czułość polową -  $\frac{\Delta U_H}{\Delta B} |_{I_x=const}$  - zwykle wyrażana w  $\left[\frac{mV}{mT}\right]$  lub  $\left[\frac{mV}{Gs}\right]$  miara odpowiedzi napięciowej hallotronu wywołana jednostkową zmianą indukcji magnetycznej, dla stałej wartości natężenia prądu sterującego,
- czułość kątową -  $\frac{\Delta U_H}{\Delta \alpha} |_{I_x=const}$  - zwykle wyrażana w  $\left[\frac{mV}{^\circ}\right]$  lub  $\left[\frac{mV}{rad}\right]$  miara odpowiedzi napięciowej wywołana jednostkową zmianą orientacji kątowej hallotronu względem kierunku pola magnetycznego, dla stałej wartości natężenia prądu sterującego.

## UKŁAD POMIAROWY

Zestaw do pomiarów składa się z hallotronu znajdującego między układem magnesów wytwarzających w wąskiej szczelinie między nimi stałe i jednorodne pole o znanej wartości indukcji magnetycznej oraz układu mechanicznego zakończonego pokrętkiem ze skalą kątową, zapewniającego obrót magnesów wokół osi. Układ z magnesami zapewnia w pełnym zakresie kąta pełnego zmianę kierunku wektora indukcji  $B$  względem powierzchni głównej płytki hallotronu. W obudowie zestawu znajdują się gniazda do podłączenia mierników: woltomierza dla pomiarów  $U_H$  i amperomierza dla pomiarów  $I_x$ . Prąd sterujący hallotron wymuszany jest w obwodzie przez wysoko stabilizowane źródło prądowe umożliwiające znajdującym się na płycie zestawu płynną zmianę wartości natężenia  $I_x$ .

Po włączeniu zasilania włącznikiem znajdującym się w tylnej części obudowy zestawu, wymagane jest odczekanie ok. 3-5 minut na jego ustabilizowanie.

## WYKONANIE POMIARÓW

### POMIAR CHARAKTERYSTYKI PRĄDOWO-NAPIĘCIOWEJ

1. Do układu hallotronu podłączyć mierniki do pomiaru natężenia prądu sterującego  $I_x$  i do pomiaru napięcia Halla  $U_H$ . Skręcić do minimum pokrętko regulacji natężenia prądu sterującego  $I_x$ . W każdym z mierników użyć przycisków znajdujących się na płycie czołowej, włączając właściwą funkcję pracy (woltomierz lub amperomierz) i odpowiedni zakres pomiarowy.
2. Po sprawdzeniu połączeń przez Prowadzącego, włączyć mierniki a następnie zasilanie układu hallotronu.
3. Pokrętkiem znajdującym się na płycie czołowej układu hallotronu ustawić magnesy w takim położeniu, aby woltomierz wskazał maksymalną wartość napięcia Halla. *(W tym położeniu kierunki wektorów  $B$  indukcji pola magnetycznego tworzą kąt prosty z powierzchnią hallotronu.)* W Tabeli Pomiarów zapisać wartość kąta  $\alpha$ .
4. Od wartości  $I_x = 0$  mA zwiększać stopniowo natężenie prądu sterującego aż do osiągnięcia wartości maksymalnej. W Tabeli Pomiarów notować wskazania mierników  $I_x$  i  $U_H$ . Pomiarów wykonać dla co najmniej 9 różnych wartości  $I_x$ .  
*W tabeli pomiarów zapisywać ze znakiem dodatnim wartości zmierzonych napięć Halla  $U_H$  oraz natężeń prądów sterujących  $I_x$ .*
5. Zmienić o  $180^\circ$  kąt położenia magnesów. *(W tym położeniu kierunek pola magnetycznego jest przeciwny do ustalonego w pkt.3.)*
6. Dla nowo ustawionej wartości kąta  $\alpha$  wykonać pomiary według pkt.4. Wyniki wskazań woltomierza i amperomierza zapisywać w Tabeli Pomiarów ze znakami ujemnymi.
7. Pod Tabelą Pomiarów zapisać informacje istotne dla szacowania niepewności wykonanych pomiarów bezpośrednich: napięcia Halla, natężenia prądu sterującego i kąta położenia magnesów. Zapisać informacje o stałych układu (znajdują się na obudowie układu z hallotronem).
8. Po wykonaniu pomiarów zredukować wartość  $I_x$  do zera.

## POMIAR CHARAKTERYSTYKI KĄTOWEJ

1. Ustawić kąt  $\alpha = 0^\circ$  skręcenia magnesów.
2. Ustalić dowolną wartość  $I_x$  z przedziału od 2 mA do 5 mA. W Tabeli Pomiarów zapisać wartość  $I_x$ .
3. Od  $\alpha = 0^\circ$  zwiększać co  $10^\circ$  kąt położenia magnesów do wartości  $350^\circ$ . W Tabeli Pomiarów notować wartości  $\alpha$  i  $U_H$ .
4. Po zakończeniu pomiarów zredukować wartość  $I_x$  do zera.

TABELA POMIARÓW  
CHARAKTERYSTYKA PRĄDOWO-NAPIĘCIOWA

$\alpha$ [°]	$I_x$ [mA]	$U_H$ [V]
	... ..	... ..

TABELA POMIARÓW  
CHARAKTERYSTYKA KĄTOWA

$I_x$ [mA]	$\alpha$ [°]	$U_H$ [V]
	0	
	10	
	... ..	... ..
	340	
	350	

## PRZYRZĄDY POMIAROWE, NIEPEWNOŚCI POMIARÓW

Miernik	woltomierz, $U_H$	amperomierz, $I_x$	kątomierz, $\alpha$
Rodzaj Typ / Producent	<i>analogowy/cyfrowy</i> ..... .....	<i>analogowy/cyfrowy</i> ..... .....	<i>nie dotyczy</i>
Zakres pomiarowy Z	..... [ ]	..... [ ]	<i>nie dotyczy</i>
Niepewność Wzorcowania* $\Delta_d(x)$	$C_1 = \dots [ \dots ]$ $C_2 = \dots [ \dots ]$	$C_1 = \dots [ \dots ]$ $C_2 = \dots [ \dots ]$	..... [ .....]
Niepewność eksperymentatora $\Delta_e(x)$	..... [ ]	..... [ ]	..... [ .....]

## OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

### CHARAKTERYSTYKA PRĄDOWO - NAPIĘCIOWA

1. Dla dowolnej niezerowej wartości  $I_x$  wykonać przykład oszacowania wartości rozszerzonej ( $k = 2$ ) całkowitej niepewności  $u(I_x)$ :

$$U(I_x) = k \cdot u(I_x) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_e(I_x))^2 + (C_1 \cdot I_x + C_2)^2}{3}} \quad (4)$$

2. Wykonać przykład oszacowania rozszerzonej ( $k = 2$ ) standardowej niepewności  $U(U_H)$ :

$$U(U_H) = k \cdot u(U_H) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_e(U_H))^2 + (C_1 \cdot U_H + C_2)^2}{3}} \quad (5)$$

3. Wykonać pozostałe obliczenia i uzupełnić wynikami Tabelę Wyników.

TABELA WYNIKÓW

$\alpha$	$I_x$	$U(I_x)$	$U_H$	$U(U_H)$
[°]	[mA]	[mA]	[V]	[V]
		...	...	...

4. Wykonać wykres zależności napięcia Halla  $U_H$  od natężenia prądu sterującego  $I_x$ . Prostą przerywaną zaznaczyć trend ułożenia punktów doświadczalnych.
5. Korzystając z funkcji REGLINP (arkusz Excel) wyznaczyć wartości parametrów równania prostej ( $U_H = a \cdot I_x + b$ ) najlepiej dopasowanej do trendu ułożenia punktów doświadczalnych na wykresie. W Tabeli Wyników zapisać wartości  $a$  i  $b$ , ich niepewności oraz podać ich jednostki.

TABELA WYNIKÓW

	nachylenie		odcięta		miara jakości dopasowania
	a	u(a)	b	u(b)	R <sup>2</sup>
	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[uzupełnij jednostkę]	[-]
przed zaokrągleniem					
po zaokrągleniu					

6. Dysponując wartościami: nachylenia ( $a$ ) prostej najlepszego dopasowania i stałych użytego układu doświadczalnego, obliczyć wartość stałej Halla  $R$  (2) półprzewodnika hallotronu:

$$R = \frac{a \cdot d}{B_0} \quad (6)$$

7. Oszacować wartość niepewności  $U(R)$ :

$$u(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial a} u(a)\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial d} u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial B_0} u(B_0)\right)^2} = R \cdot \sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(B_0)}{B_0}\right)^2} \quad (7)$$

8. Obliczyć koncentrację  $n$  nośników ładunków w badanym półprzewodniku:

$$n = \frac{1}{e \cdot R} \quad (8)$$

9. Oszacować wartość niepewności  $u(n)$ :

$$u(n) = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial R} u(R)\right)^2} = n \cdot \frac{u(R)}{R} \quad (9)$$

CHARAKTERYSTYKA KĄTOWA

10. Dla dowolnej niezerowej wartości  $\alpha$  wykonać przykład oszacowania wartości rozszerzonej ( $k = 2$ ) standardowej niepewności  $U(\alpha)$ :

$$U(\alpha) = k \cdot u(\alpha) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(\alpha))^2 + (\Delta_e(\alpha))^2}{3}} \quad (10)$$

11. Wykonać przykład oszacowania wartości rozszerzonej ( $k = 2$ ) niepewności  $U(U_H)$ :

$$U(U_H) = k \cdot u(U_H) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_e(U_H))^2 + (C_1 \cdot U_H + C_2)^2}{3}} \quad (11)$$

12. Wykonać pozostałe obliczenia a wartościami uzupełnić Tabelę wyników.

TABELA WYNIKÓW

$I_x$	$\alpha$	$U(\alpha)$	$U_H$	$U(U_H)$
[mA]	[°]	[°]	[V]	[V]
	...		... ..	

13. Wykonać wykres zależności  $U_H$  napięcia Halla od kąta  $\alpha$  zawartego między normalną do płaszczyzny hallotronu i kierunkiem pola magnetycznego. Pod tytułem wykresu zamieścić informację o wartości natężenia  $I_x$  prądu sterującego płynącego przez badany hallotron. W sposób gładki zaznaczyć linią przerywaną trend ułożenia punktów doświadczalnych. (Trend ułożenia punktów doświadczalnych powinien odzwierciedlać oczekiwane przez teorię zmiany wartości składowej wektora  $B_0$ , prostopadłej do powierzchni hallotronu).

14. Wykorzystując wykres otrzymany w pkt. 14 wybrać arbitralnie zbiór kilku punktów doświadczalnych otaczających z obu stron obszar bliski  $\alpha = 90^\circ$  (lub alternatywnie  $\alpha = 270^\circ$ ), układających się w quasi-liniowy trend.

15. Dla punktów wybranych w pkt. 14 wykonać wykres zależności  $U_H$  od  $\alpha$ . Prosta linią przerywaną zaznaczyć trend ułożenia punktów doświadczalnych. Pod tytułem wykresu zamieścić informację o wartości natężenia  $I_x$  prądu sterującego płynącego przez badany hallotron.

16. Korzystając z funkcji REGLINP wyznaczyć wartość  $a$  nachylenia prostej  $U_H = a \cdot \alpha + b$ . W Tabeli Wyników zapisać otrzymaną wartość, jej niepewność  $u(a)$  oraz  $R^2$ .

TABELA WYNIKÓW

	nachylenie		miara jakości dopasowania
	a	u(a)	$R^2$
	$\left[\frac{V}{1^\circ}\right]$	$\left[\frac{V}{1^\circ}\right]$	[-]
przed zaokrągleniem			
po zaokrągleniu			

17. Korzystając z otrzymanej w pkt. 17 wartości  $a$  obliczyć wartość parametru  $\gamma$  charakteryzującego czułość połową (kątową) badanego hallotronu:

$$\gamma = a \quad (12)$$

Uwaga: relacja [12] jest prawdziwa tylko w obszarach bliskich  $\alpha = 90^\circ$  lub  $\alpha = 270^\circ$ , gdy zmianie ulega znak  $U_H$ .

18. Oszacować niepewność  $u(\gamma)$ :

$$u(\gamma) = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial a} \cdot u(a)\right)^2} = u(a) \quad (13)$$

19. Opracować i zapisać wnioski z ćwiczenia.

#### LITERATURA

- [1] BUSZMANOW B., CHROMOW J.: Fizyka ciała stałego, WNT, Warszawa 1973.
- [2] SZCZENIOWSKI S.: Fizyka doświadczalna, t. III, PWN, Warszawa 1980.
- [3] Ćwiczenia Laboratoryjne z Fizyki (praca zbiorowa), Skrypt Nr 279, Politechnika Opolska 2007.