
 POLITECHNIKA OPOLSKA	KATEDRA FIZYKI	
	LABORATORIUM FIZYKI	
ST.1. REGUŁY ZAOKRĄGLEŃ W DZIAŁANIACH ARYTMETYCZNYCH		

WSTĘP

Podczas wykonywania bezpośrednich pomiarów wielkości fizycznych zapisy ich wartości będą zawierać różne liczby cyfr znaczących. Ma to bezpośredni związek z rozdzielczościami użytych przyrządów pomiarowych. Dysponując określonymi przyrządami pomiarowymi nie możemy w sposób dowolny zaokrąglić wartości wyników pomiarów, czy też dopisywać do nich cyfr zwiększających w sposób sztuczny (i nieuprawniony) liczbę cyfr znaczących.

Liczby dokładne („matematyczne”), zwykle pojawiające się w zależnościach jako czynniki w iloczynach lub składniki w sumach, traktujemy następująco:

- a) ich dokładność jest nieskończona, np. wartość 2 reprezentowana jest (w domyśle) z nieskończoną po przecinku liczbą zer znaczących: 2,(0) – zero w okresie,
- b) zawarte w nich liczba cyfr znaczących jest nieskończona.

Z matematycznego punktu widzenia wszystkie **wartości wyników pomiarów są liczbami przybliżonymi**, stąd operacje (działania) arytmetyczne użyte do opracowania wyników pomiarów muszą być traktowane jako rachunki na liczbach przybliżonych.

W przypadku konieczności użycia do obliczeń wartości stałych matematycznych, stałych materiałowych lub stałych fizycznych, należy posilkować się sprawdzonymi tablicami (matematycznymi, fizycznymi) pozwalającymi na podanie ich wartości z liczbą cyfr znaczących większą niż największa liczba cyfr znaczących w liczbach przybliżonych.

- a) stała $\pi \approx 3.141592653589793\dots$
- b) stała $e \approx 2.718281828459045\dots$

Jeśli nie znamy niepewności danej wielkości (np. wartości tablicowej), to przyjmujemy jej maksymalną niepewność równą 10 jednostkom miejsca zajmowanego przez ostatnią cyfrę znaczącą (tę cyfrę nazywamy najmniej znaczącą), np.:

- a) dla liczby 7142 wartość jej maksymalnej niepewności wynosi 10, co zapisujemy: 7142 ± 10 ,
- b) dla liczby 31,745 przyjmujemy wartość maksymalnej niepewności równą 0,010, co zapisujemy: $31,745 \pm 0,010$.

Wykonując obliczenia z użyciem liczb przybliżonych należy pamiętać, że zapisy wartości 13,8 i 13,800 nie są tożsame lecz oznaczają różne liczby. Zapis 13,8 informuje, że pewne są tylko cyfry dziesiątek, jedności i części dziesiętnych, tzn. że w granicach niepewności wartość rzeczywista może równie dobrze wynosić 13,76, jak i 13,84. Zapis 13,800 oznacza, że pewne są również setne i tysięczne części tzn. że wartość rzeczywista zawarta jest w przedziale między 13,7995 a 13,8005.

Poniżej zamieszczono reguły wykonywania przybliżeń wyników działań arytmetycznych z użyciem liczb przybliżonych.

W przykładach użycia reguły liczby dokładne wyróżniono barwą niebieską.

W każdym przykładzie obliczeń podkreślono liczbę decydującą o doborze reguły zaokrąglania i cyfrowej reprezentacji wyniku wykonanego działania arytmetycznego.

1. DODAWANIE LUB ODEJMOWANIE

Zaokrąglanie wyniku końcowego przeprowadza się do rzędu najmniej dokładnej liczby.

$$0,232 + 5,538 + \underline{43,2} = 48,970 \approx 48,0$$

$$0,00335 + 10,689 - \underline{10} = 0,69235 \approx 1$$

$$\underline{66,45} + \underline{1,05} - 2,225 = 65,275 \approx 65,28$$

$$6,70002 + \underline{11,00} + 2,295 = 19,99502 \approx 20,00$$

$$2,25 \cdot 10^4 + 73 + 655 \cdot 10^1 = \underline{2,25 \cdot 10^4} + 0,0073 \cdot 10^4 + 0,0655 \cdot 10^4 = 2,3228 \cdot 10^4 \approx 2,32 \cdot 10^4$$

2. MNOŻENIE LUB DZIELENIE

W wyniku zachowuje się tyle cyfr znaczących, ile zawiera ich liczba o najmniejszej liczbie cyfr znaczących.

$$\frac{12,56}{4,2} = 3,0$$

$$\frac{5,001}{5} = 1,000$$

$$\frac{2,2 \cdot 9,337}{0,0836} = \frac{21}{0,0836} = 0,25 \cdot 10^3$$

$$\frac{15 \cdot 0,526}{0,33 \cdot 12,429} = \frac{7,89}{4,1016} = 1,92$$

$$63,21 \cdot 10^3 \cdot \underline{0,25} \cdot 10^{-8} = 16 \cdot 10^{-5}$$

3. POTĘGOWANIE LUB PIERWIASKOWANIE

W wyniku potęgowania (pierwiastkowania) zachowuje się tyle cyfr znaczących, ile ich zawiera liczba potęgowana (pierwiastkowana).

$$(10,02)^2 = 100,4$$

$$\sqrt{10,02} = 3,165$$

$$(0,947)^3 = 0,849$$

$$\sqrt[3]{0,947} = 0,982$$

4. LOGARYTMOWANIE

W wyniku logarytmu zachowuje się tyle cyfr znaczących, ile ich zawiera liczba logarytmowana

a) $\log(x)$ to logarytm przy podstawie 10 z liczby x ;

b) $\ln(x)$ to logarytm naturalny (przy podstawie e) z liczby x

$$\log(5,609) = 0,07489 \xleftrightarrow{\text{albo lepiej}} 74,89 \cdot 10^{-3}$$

$$\ln(0,300980) = -1,20071$$

5. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

W wyniku zachowuje się tyle cyfr znaczących, ile ich zawiera kąt będący argumentem funkcji

$$\sin(45^\circ) = 0,71$$

$$\cos(130,6^\circ) = -0,6508$$

6. WYRAŻENIA POTĘGOWE

W wyniku zachowuje się tyle cyfr znaczących, ile ich zawiera liczba będąca wykładnikiem potęgi

$$2^{3,46} = 11,0$$

$$e^{-0,61} = 0,54$$

PRZYKŁADY UŻYCIA REGUŁ ZAOKRĄGLEŃ W DZIAŁANIACH ZŁOŻONYCH

a)

$$\begin{aligned} & \frac{65,2 + 5,65 \cdot 10^{-1}}{(\sqrt{15,5 - 2,353}) \cdot 10^{-2}} + 235 = \\ & \frac{65,2 + 0,565}{(\sqrt{15,51 - 2,353}) \cdot 10^{-2}} + 235 = \\ & \frac{65,8}{\sqrt{13,16} \cdot 10^{-2}} + 235 = \\ & \frac{65,8 \cdot 10^2}{3,628} + 235 = \\ & 18,1 \cdot 10^2 + 235 = \\ & 18 \cdot 10^2 + 2,35 \cdot 10^2 = \\ & \underline{\underline{20,4}} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & 12,716 \cdot e^{-\frac{0,685 \cdot 4,502}{2}} = \\ & 12,716 \cdot e^{-\frac{3,08}{2}} = \\ & 12,716 \cdot e^{-1,54} = \\ & 12,716 \cdot \underline{\underline{0,214}} = \\ & \underline{\underline{2,72}} \end{aligned}$$

{ liczba e musi zawierać co najmniej 4 cyfry znaczące }

c)

$$\begin{aligned}2 \cdot \pi \sqrt{\frac{1,3118}{6,60258}} &= \\2 \cdot \pi \sqrt{0,19868} &= \\2 \cdot \pi \cdot 0,44574 &= \\2 \cdot \pi \cdot 0,44574 &= \\2,8007 &= \end{aligned}$$

{liczba π musi zawierać co najmniej 6 cyfr znaczących}

d)

$$\begin{aligned}1 + \frac{[\cos(66^\circ)]^2}{0,995 + \operatorname{tg}\left(\frac{5,56^\circ}{3}\right)} &= \\1 + \frac{[0,41]^2}{0,995 + \operatorname{tg}(1,85^\circ)} &= \\1 + \frac{0,17}{0,995 + 0,0323} &= \\1 + \frac{0,17}{1,0273} &= \\1 + 0,17 &= \\1,17 &= \end{aligned}$$