
 POLITECHNIKA OPOLSKA	KATEDRA FIZYKI	
	LABORATORIUM FIZYKI	
WYZNACZANIE STOSUNKU e/m (ŁADUNKU ELEKTRONU DO JEGO MASY) METODĄ MAGNETRONU		

WSTĘP

Tor naładowanej cząstki podczas jej ruchu w polu elektrycznym i magnetycznym zależy od parametrów charakteryzujących te pola, ich wzajemnej konfiguracji oraz stosunku q/m ładunku cząstki do jej masy. Szczególnym przypadkiem (często stanowiącym temat pomiarów różnymi metodami) jest stosunek e/m dla elektronu i nosi on nazwę *ładunku właściwego*. Jeżeli konfiguracja pól i tor cząstki w tych polach jest znany, można wyznaczyć wartość q/m . Rozpatrzmy krótko ruch cząstki naładowanej w najprostszych sytuacjach.

W jednorodnym polu elektrycznym ruch cząstki (przy małej, równoległej do linii sił pola, prędkości początkowej) jest po prostu ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem w kierunku pola. Siła elektryczna F_{el} działająca na cząstkę wynosi

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$$

gdzie: q - ładunek cząstki,
 E - natężenie pola elektrycznego.

Elektron, o prędkości początkowej równej zero, uzyskuje w polu elektrycznym energię kinetyczną równą:

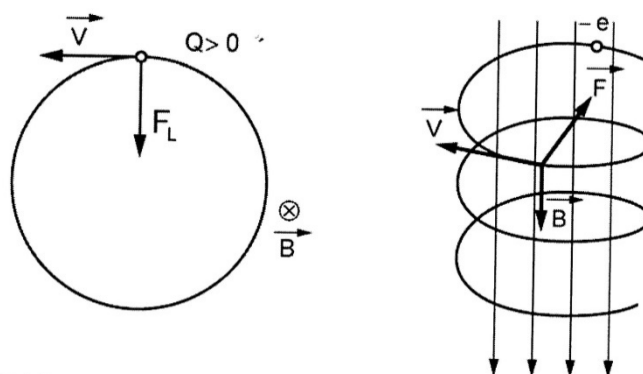
$$e \cdot U_a = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

W polu magnetycznym na cząstkę naładowaną działa siła Lorentza F_L wyrażona zależnością:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

gdzie: q - ładunek cząstki,
 v - prędkość cząstki,
 B - wektor indukcji magnetycznej.

Kierunek siły Lorentza jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory prędkości i indukcji. Siła Lorentza jest zawsze skierowana prostopadle do prędkości ruchu ładunku, ma więc charakter siły dośrodkowej. Pole magnetyczne nie wykonuje pracy a jedynie powoduje zmianę kierunku wektora prędkości poruszającej się cząstki. W jednorodnym, stałym polu magnetycznym (słowo jednorodny oznacza niezależny od położenia, stały – niezależny od czasu) cząstka porusza się po okręgu gdy $\vec{v} \perp \vec{B}$ albo ogólniej po linii śrubowej (jeżeli cząstka posiada składową prędkości równoległą do kierunku pola) wokół osi, którą jest kierunek wektora indukcji pola magnetycznego. Przypadki te przedstawiono na Rys. 1.

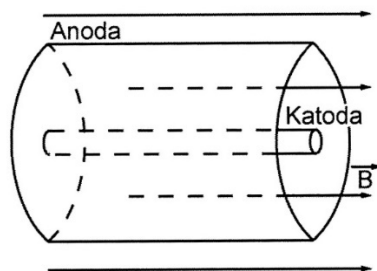


Rys. 1. Tory ruchu cząstki w jednorodnym, stałym polu magnetycznym.

W ogólnym przypadku jeśli cząstka znajdzie się w przenikających się polach: elektrycznym i magnetycznym, wypadkową siłę działającą na nią opisuje równanie:

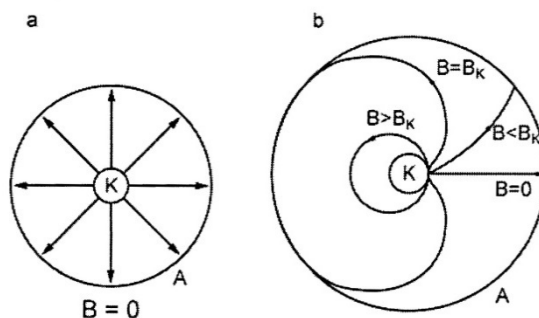
$$\vec{F} = \vec{F}_{el} + \vec{F}_L = q \cdot \vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Jedną z metod wyznaczania ładunku właściwego elektronu e/m jest metoda magnetronowa w której elektron znajduje się w prostopadłych do siebie polach elektrycznym wewnątrz lampy i zewnętrznym magnetycznym. Jedną z odmian magnetronu jest dioda próżniowa o koncentrycznie rozmieszczonych elektrodach. Anoda jest cylindrem metalowym na osi którego znajduje się katoda, która także jest cylindrem o promieniu znacznie mniejszym od promienia anody, lub po prostu jest to cienki drucik osadzony centrycznie w środku lampy. Taką diodę umieszcza się w jednorodnym polu magnetycznym, którego linie sił są równoległe do osi cylindrycznych elektrod (Rys. 2).



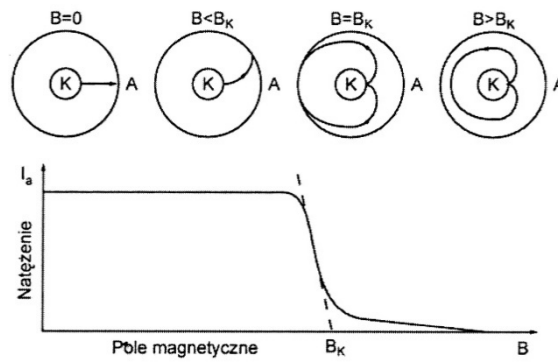
Rys. 2. Magnetron umieszczony w polu magnetycznym – schemat.

Pod nieobecność pola magnetycznego elektrony emitowane z katody, przyspieszane w polu elektrycznym (przyłożone napięcie U_a), poruszają się promieniście od katody do anody (Rys. 3a.). Kiedy na elektron działają obydwa pola (elektryczne i magnetyczne) ruch elektronów jest bardziej złożony, a ich tory są krzywoliniowe. Wpływ wartości indukcji magnetycznej (przy stałej wartości U_a) na kształt toru przedstawia rys. 3b. Dla ustalonego napięcia anodowego U_a istnieje pewna krytyczna wartość indukcji magnetycznej B_k , przy której tory elektronów stają się styczne do anody. Dla pola o wartości $B < B_k$ wszystkie elektrony wysyłane z katody docierają do anody i natężenie prądu płynącego w magnetronie posiada taką samą wartość co bez pola magnetycznego. Dla pola o indukcji $B > B_k$ elektrony wychodzące z katody nie docierają do anody i prąd w lampie przestaje płynąć.



Rys. 3. Wpływ wartości indukcji magnetycznej na kształt toru cząstki.

Zależność natężenia prądu anodowego I_a od wartości indukcji magnetycznej ilustruje krzywa na Rys. 4. Trzeba sobie zdawać sprawę z tego, że prędkość każdego elektronu jest sumą dwóch składowych: prędkości termicznej i prędkości uzyskanej w polu elektrycznym. Ponieważ elektrony emitowane z katody posiadają różne prędkości termiczne, to w strumieniu elektronów między katodą i anodą będą zarówno elektrony powolniejsze, które przy wartości $B = B_k$ nie docierają do anody oraz elektrony szybsze, które przy tej samej wartości indukcji do anody dochodzą. Dlatego na wykresie zależności natężenia prądu anodowego I_a od indukcji magnetycznej B wartość natężenia zmniejsza się stopniowo do bliskiej zeru.



Rys. 4. Zależność natężenia prądu anodowego I_a od wartości indukcji magnetycznej B .

Dla pola magnetycznego o indukcji równej B_k , kiedy tor elektronu jest styczny do okręgu, promień tego okręgu jest równy połowie odległości między katodą i anodą. Jeżeli ponadto przyjmiemy, że promień katody jest dużo mniejszy od promienia anody, możemy zapisać że $r = \frac{d}{2}$, gdzie d – to odległość między katodą i anodą. Ponieważ wektory prędkości elektronu i indukcji magnetycznej są wzajemnie prostopadłe, siła Lorentza opisana zależnością $\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$ jest siłą dośrodkową. W szczególnym przypadku, gdy przyjmiemy że $q = e$, otrzymujemy

$$e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_a}{B_k^2 \cdot r^2} \quad (1)$$

Ostatnia zależność pozwala na wyliczenie e/m dla elektronu, jeżeli przy danym napięciu przyspieszającym U_a i znanym r wyznaczmy doświadczalnie krytyczną wartość indukcji magnetycznej B_k .

WYKONANIE POMIARÓW

1. Lampę magnetronu umieścić wewnątrz solenoidu, którego zwoje są zasilane prądem stałym. Linie sił pola magnetycznego są równoległe do osi cylindrycznych elektrod magnetronu. Zmiana wartości natężenia prądu płynącego przez solenoid prowadzi do zmiany natężenia pola magnetycznego w solenoidzie. Indukcja magnetyczna B związana jest z natężeniem prądu solenoidu I_s zależnością:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I_s \quad (2)$$

gdzie: μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni i wynosi $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$
 n – liczba zwojów solenoidu przypadająca na jednostkę długości.

2. Połączyć układ według schematów (znajdują się przy stanowisku pomiarowym).
3. Po włączeniu układu odczekać około 5 minut, aż ustali się wartość natężenia prądu anodowego I_a .
4. Ustalić wartość napięcia anodowego U_a (wartości podaje Prowadzący).
5. Ustalić z Prowadzącym przedział i gęstość zmian wartości natężenia prądu solenoidu I_s i zapisywać odpowiadające im wartości natężenia prądu anodowego I_a .
6. Pomiar z punktu 5 powtarzać dla różnych wartości napięcia anodowego, ustalonych przez Prowadzącego.
7. Wyniki pomiarów zapisać w tabeli pomiarów.
8. Oszacować i zapisać niepewności wzorcowania i eksperymentatora dla mierzonych wielkości fizycznych.

TABELA POMIARÓW

$U_a = \dots\dots\dots [V]$	
$I_s [..]$	$I_a [..]$
0	

Wartości stałych zestawu doświadczalnego:

$$n = \frac{N}{l} = 17720 [\text{zwojów/m}] \quad r = 0,800 [\text{mm}] \quad u(r) = 0,050 [\text{mm}]$$

Wielkość	Napięcie anodowe	Natężenie prądu solenoidu	Natężenie prądu anodowego
	U_a	I_s	I_a
niepewność wzorcowania* **	$C_1 = \dots\dots [..]$	$C_1 = \dots\dots [..]$	$C_1 = \dots\dots [..]$
	$C_2 = \dots\dots [..]$	$C_2 = \dots\dots [..]$	$C_2 = \dots\dots [..]$
niepewność eksperymentatora *	$\Delta_e(U_a) = \dots\dots\dots [..]$	$\Delta_e(I_s) = \dots\dots\dots [..]$	$\Delta_e(I_a) = \dots\dots\dots [..]$

- * w przypadku korzystania z różnych zakresów miernika, stosowną informację zapisać w osobnych wierszach, odpowiednio dla każdego z zakresów,
- ** w miejsca C_1 i C_2 wstawić wartości odczytane z karty katalogowej producenta miernika.

OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

- Korzystając z danych Tabeli Pomiarów wykonać wykres zależności natężenia prądu anodowego I_a od natężenia prądu przepływającego I_s przez solenoid. Każdy punkt wykresu obustronnie otoczyć niepewnościami rozszerzonymi, przyjmując współczynnik rozszerzenia $k = 2$ (wyniki obliczeń zamieścić w Tabeli niepewności wielkości mierzonych bezpośrednio):

$$U(I_s) = k \cdot u(I_s) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(I_s))^2 + (\Delta_e(I_s))^2}{3}} \quad (3)$$

$$U(I_a) = k \cdot u(I_a) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(I_a))^2 + (\Delta_e(I_a))^2}{3}} \quad (4)$$

- Oszacować całkowitą rozszerzoną ($k = 2$) standardową niepewność zmierzenia napięcia anodowego U_a (wyniki obliczeń zamieścić w Tabeli niepewności wielkości mierzonych bezpośrednio):

$$U(U_a) = k \cdot u(U_a) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(U_a))^2 + (\Delta_e(U_a))^2}{3}} \quad (5)$$

U_a	$\Delta_d(U_a)$	$\Delta_e(U_a)$	$U(U_a)$	I_s	$\Delta_d(I_s)$	$\Delta_e(I_s)$	$U(I_s)$	I_a	$\Delta_d(I_a)$	$\Delta_e(I_a)$	$U(I_a)$
[V]	[V]	[V]	[V]	[A]	[A]	[A]	[A]	[mA]	[mA]	[mA]	[mA]

- Na wykresie wykonać graficzną konstrukcję wyznaczającą granice obszaru wartości prądu krytycznego I_k :

- względem punktów należących do liniowej części zbocza opadającego poprowadzić dwie równoległe i najbardziej odległe od siebie styczne do zewnętrznych krawędzi obszarów niepewności. Styczne muszą być na tyle długie, aby przecinały oś I_s (dla $I_a = 0$) wykresu.
- w punktach przecięć stycznych z osią I_s odczytać odpowiadające im wartości natężeń: $I_{k,min}$ dla pierwszego punktu i $I_{k,max}$ dla punktu drugiego. Odczytane wartości wyznaczają granice obszaru prądu krytycznego I_k .
- oszacować niepewności wyznaczenia każdej z wartości $I_{k,min}$ lub $I_{k,max}$, przyjmując:
 - jako niepewność wzorcowania $\Delta_d(I_{k,min}) = \Delta_d(I_{k,max})$ - wartość najmniejszej działki osi I_s ,
 - wartości niepewności $\Delta_e(I_{k,min})$ i $\Delta_e(I_{k,max})$ w oparciu o subiektywną ocenę alternatywnych możliwości poprowadzenia przez eksperymentatora stycznych do zewnętrznych krawędzi obszarów niepewności.

- Oszacować wartości całkowitych niepewności wyznaczenia granicznych wartości prądu krytycznego:

$$u(I_{k,min}) = \sqrt{\frac{(\Delta_d(I_{k,min}))^2 + (\Delta_e(I_{k,min}))^2}{3}} \quad (6)$$

$$u(I_{k,max}) = \sqrt{\frac{(\Delta_d(I_{k,max}))^2 + (\Delta_e(I_{k,max}))^2}{3}} \quad (7)$$

- Obliczyć wartość natężenia prądu krytycznego I_k i oszacować jej standardową niepewność $u(I_k)$ i niepewność rozszerzoną, przyjmując współczynnik rozszerzenia $k = 2$:

$$I_k = \frac{I_{k,min} + I_{k,max}}{2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 U(I_k) &= k \cdot u(I_k) = k \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial I_k}{\partial I_{k,\min}} \cdot u(I_{k,\min})\right)^2 + \left(\frac{\partial I_k}{\partial I_{k,\max}} \cdot u(I_{k,\max})\right)^2} = \\
 &k \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot u(I_{k,\min})\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot u(I_{k,\max})\right)^2} = \frac{k}{2} \sqrt{\left(u(I_{k,\min})\right)^2 + \left(u(I_{k,\max})\right)^2} \\
 &\frac{k}{2} \cdot \sqrt{\left(u(I_{k,\min})\right)^2 + \left(u(I_{k,\max})\right)^2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

6. Obliczyć wartość ilorazu $\frac{U_a}{I_k^2}$ (dla ułatwienia zapisów wyrażeń wprowadzamy zmienną pomocniczą x) oraz oszacować jego niepewność $u\left(\frac{U_a}{I_k^2}\right)$:

$$x = \frac{U_a}{I_k^2} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 u\left(\frac{U_a}{I_k^2}\right) &= u(x) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial U_a} \cdot U(U_a)\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial I_k} \cdot U(I_k)\right)^2} = \\
 &\sqrt{\left(\frac{1}{I_k^2} \cdot U(U_a)\right)^2 + \left(-\frac{U_a}{I_k^3} \cdot U(I_k)\right)^2} = \frac{U_a}{I_k^2} \sqrt{\left(\frac{U(U_a)}{U_a}\right)^2 + \left(2 \frac{U(I_k)}{I_k}\right)^2}
 \end{aligned} \tag{11}$$

7. Obliczyć wartość $\frac{e}{m}$ i jej standardową niepewność całkowitą $u\left(\frac{e}{m}\right)$:

$$\frac{e}{m} = \frac{2}{\mu_0^2 \cdot n^2 \cdot r^2} \cdot \frac{U_a}{I_k^2} = \frac{2}{\mu_0^2 \cdot n^2 \cdot r^2} \cdot x \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 u\left(\frac{e}{m}\right) &= \sqrt{\left(\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial r} \cdot u(r)\right)^2 + \left(\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial x} \cdot u(x)\right)^2} = \\
 &\sqrt{\left(-\frac{4}{\mu_0^2 \cdot n^2 \cdot r^3} \cdot x \cdot u(r)\right)^2 + \left(\frac{2}{\mu_0^2 \cdot n^2 \cdot r^2} \cdot u(x)\right)^2} = \frac{e}{m} \sqrt{\left(\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right)^2 + \left(\frac{u(x)}{x}\right)^2} = \\
 &\frac{e}{m} \sqrt{\left(\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right)^2 + \left(\frac{u\left(\frac{U_a}{I_k^2}\right)}{\frac{U_a}{I_k^2}}\right)^2}
 \end{aligned} \tag{13}$$

8. Podać wartość wyniku końcowego $\frac{e}{m}$ i jego niepewność $u\left(\frac{e}{m}\right)$.
9. W oparciu o schemat zaproponowany w standardzie sprawozdania podać wnioski i spostrzeżenia w odniesieniu do doświadczalnej zależności przedstawionej na wykresie oraz wartości wyniku końcowego.

LITERATURA

- [1] SZCZENIOWSKI S.: Fizyka doświadczalna, cz.III, PWN, Warszawa 1983.
 [2] SZYDŁOWSKI H.: Pracownia fizyczna, PWN, Warszawa 1984.
 [3] Ćwiczenia Laboratoryjne z Fizyki (praca zbiorowa), Skrypt Nr 279, Politechnika Opolska 2007.