

# KATEDRA FIZYKI



# LABORATORIUM FIZYKI

# SPRAWDZANIE PRAWA MALUSA

### WSTĘP

Światło jest falą elektromagnetyczną, rozchodzącą się w przestrzeni w postaci okresowo zmiennych pól: elektrycznego o natężeniu  $\vec{E}$  i magnetycznego o natężeniu  $\vec{H}$ . Ugięcie i interferencja światła są zjawiskami świadczącymi o jego naturze falowej. Ponieważ zjawiska te charakterystyczne są zarówno dla fal podłużnych jak i dla fal poprzecznych, obserwacje ich efektów nie pozwalają wyciągnąć wniosków co do charakteru fali. Do rozważań na temat charakteru fali świetlnej oprócz wektorów  $\vec{E}$  i  $\vec{H}$  wprowadza się tzw. wektor kierunkowy  $\vec{V}$  (o jednostkowej długości), którego kierunek jest zgodny z kierunkiem rozchodzenia się promienia świetlnego, Rys. 1.



**Rys. 1.** Płaszczyzny drgań wektorów  $\vec{E}$  i  $\vec{H}$  (wzajemnie prostopadłe) w wiązce liniowo spolaryzowanego światła rozchodzącego się w kierunku  $\vec{V}$ .

Badania kierunków  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  i  $\vec{V}$  wykazały, że w każdym miejscu jednorodnej i nieograniczonej przestrzeni między wektorami spełnione są relacje:  $\vec{V} \perp \vec{E}$ ,  $\vec{V} \perp \vec{H}$  oraz  $\vec{E} \perp \vec{H}$ . Wzajemna prostopadłość wektorów  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  i  $\vec{V}$  świadczy o tym, że światło jest poprzeczną falą elektromagnetyczną.

Doświadczalnym dowodem poprzecznego charakteru fali świetlnej jest zjawisko polaryzacji. Biorac pod uwagę światło rozchodzące się bezpośrednio od źródła (tzw. światło naturalne), należy pamiętać o tym, że choćby źródło miało najmniejsze rozmiary, jest w nim bardzo dużo atomów odpowiedzialnych za wysyłanie fal elektromagnetycznych. Mnogość w makroskopowym źródle światła elementarnych (atomowych) źródełek emitujących w sposób nieskorelowany porcje światła sprawia, że występują emisji tej towarzyszą chaotyczne zmiany wektora świetlnego we wszystkich kierunkach prostopadłych do wektora magnetycznego. Takie promieniowanie nazywamy niespolaryzowanym. Natomiast jeżeli dla wszystkich składowych fal światła zmiany wektora  $\vec{E}$  sprowadzimy do jednej płaszczyzny zawierającej wektor  $\vec{V}$ , to mamy do czynienia ze światłem liniowo spolaryzowanym (Rys. 1.). Płaszczyzne przechodzącą przez wypadkowy wektor  $\vec{E}$  i wektor  $\vec{V}$  nazywamy płaszczyzną drgań wektora świetlnego. Dla człowieka wektor świetlny  $\vec{E}$  pełni bardzo ważną rolę, ponieważ jest odpowiedzialny za wrażenie wzrokowe. Z kolei płaszczyznę prostopadłą do  $\vec{E}$  (zawierającą wektory  $\overline{H}$  i  $\vec{V}$ ) zgodnie z przyjętą w optyce umową – nazywamy płaszczyzną polaryzacji. Przyrządy służące do przekształcania światła naturalnego (lub częściowo spolaryzowanego) w światło spolaryzowane liniowo nazywa się polaryzatorami. Działanie ich oparte jest na wykorzystaniu zjawiska odbicia światła na granicy rozdziału dwóch przeźroczystych i izotropowych dielektryków, albo zjawiska podwójnego załamania w kryształach jednoosiowych.



Rys. 2. Polaryzacja światła na płytce płaskorównoległej.

Jednym z przykładów polaryzatora pierwszego rodzaju może być płaskorównoległa płytka szklana (Rys. 2.). Brewster wykazał, że jeśli kierunki promieni odbitego i załamanego utworzą kąt prosty, to promień odbity jest całkowicie liniowo spolaryzowany. Zgodnie z prawem Brewstera, światło odbite jest spolaryzowane liniowo w płaszczyźnie padania zgodnej z płaszczyzną Rys. 2. Wówczas wektor  $\vec{E}$  fali odbitej (zaznaczony na Rys. 2. kropkami) drga w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku.

Przykładem polaryzatora drugiego rodzaju jest pryzmat Nicole'a (zwany nikolem). Pryzmat tworzą dwa mniejsze pryzmaty powstałe z przecięcia kryształu szpatu islandzkiego, które po odpowiednim oszlifowaniu sklejono balsamem kanadyjskim. Promień światła naturalnego "s" ulega w pryzmacie rozdwojeniu na promień zwyczajny "o" i promień nadzwyczajny "e" (Rys. 3.). Promień zwyczajny padając na powierzchnię balsamu kanadyjskiego pod kątem większym od granicznego ulega całkowitemu wewnętrznemu odbiciu i zostaje pochłonięty przez poczernioną oprawę pryzmatu. Promień nadzwyczajny "e" przechodzi przez warstwę balsamu, ulega w niej nieznacznemu przesunięciu i po załamaniu na tylnej ściance wychodzi z pryzmatu równolegle do promienia padającego "s". Drgania wektora  $\vec{E}$  w promieniu zwyczajnym odbywają się prostopadle do płaszczyzny przekroju głównego (zawierającej kierunek osi optycznej i normalną padania). Natomiast w płaszczyźnie przekroju głównego, zgodnej z płaszczyzną Rys. 3., odbywają się drgania wektora  $\vec{E}$  w promieniu nadzwyczajnym, wychodzącym z nikola. Przy obrocie pryzmatu wokół promienia "s" o pewien kąt, o taki sam kąt obraca się płaszczyzna drgań wektora  $\vec{E}$  światła przechodzącego przez pryzmat.



Rys. 3. Polaryzacja światła w pryzmacie Nikole'a.

W niektórych kryształach dwójłomnych obserwuje się zjawisko dichroizmu, zgodnie z którym współczynnik pochłaniania zależy od orientacji wektora elektrycznego fali świetlnej, tzn. jest różny dla promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego, i zależy od kierunku rozchodzenia się światła w krysztale. Przykładem kryształu wykazującego dichroizm jest herapatyt (jodosiarczan chininy). Z natury rozmiary kryształów herapatytu są bardzo małe. Dlatego w celu otrzymania polaryzatora o dużym polu powierzchni stosuje się płytki celuloidowe, w których zatapia się dużą ilość jednakowo zorientowanych kryształów herapatytu. Tak przygotowane płytki nazywamy polaroidami, które stosuje się wymiennie z nikolami.

Urządzenia lub układy służące do określenia stopnia polaryzacji światła nazywa się analizatorami. Zwykle rolę analizatorów wykonują te same elementy, które wykorzystuje się do otrzymania światła liniowo spolaryzowanego (nikole, polaroidy itp.). Dlatego przydzielenie np. polaroidowi określenia polaryzator lub analizator wynika bezpośrednio z funkcji, którą pełni element w układzie optycznym.



**Rys. 4.** Przejście światła naturalnego przez polaryzator.

Dla celów poglądowych każdy polaryzator (lub analizator) można przedstawić jako umowny układ wzajemnie równoległych i rozsuniętych prętów (Rys. 4.). Kierunki głównych osi prętów są równoległe do kierunku drgań wektora  $\vec{E}_a$  natężenia pola elektrycznego światła po przejściu przez polaryzator. Jeżeli na taki układ skierujemy światło naturalne o natężeniu  $I_o$ , to natężenie  $I_a$  wiązki światła wychodzącego z polaryzatora nie zależy od kąta obrotu polaryzatora wokół promienia padającego. Takie zachowanie świadczy o braku wyróżnienia w świetle naturalnym jakiegokolwiek kierunku płaszczyzny drgań. Między wartościami natężeń  $I_0$  i  $I_a$  zachodzi relacja:

$$I_a = \frac{1}{2}k_a I_0 \tag{1}$$

gdzie:  $I_0$  – natężenie światła naturalnego padającego na polaryzator (analizator),  $I_a$  – natężenie światła po przejściu przez polaryzator (analizator),  $k_a$  – współczynnik przezroczystości polaryzatora (analizatora).

Opisana powyżej sytuacja ulegnie znacznej zmianie, gdy na powierzchnię analizatora "a" skieruje się światło spolaryzowane liniowo przez polaryzator "p". Po przejściu przez analizator światło nie straci liniowej polaryzacji i będzie posiadało natężenie  $I_a$  ( $I \sim E^2$ ) o wartości proporcjonalnej do natężenia  $I_p$ światła padającego na powierzchnie analizatora, ale również uzależnionej od kąta  $\alpha$  zawartego między płaszczyznami głównymi (płaszczyzny drgań wektora świetlnego  $\vec{E}$ ) analizatora (a-a) i polaryzatora (p-p) (Rys. 5.).



**Rys. 5.** Rozkład wektora  $\overrightarrow{E_p}$  na składowe  $\overrightarrow{E_1}$  i  $\overrightarrow{E_2}$  wynikający z położenia względnego płaszczyzn polaryzacji polaryzatora p-p i analizatora a-a.

Niech  $\vec{E}_p$  oznacza chwilową wartość wektora elektrycznego promienia spolaryzowanego liniowo po przejściu przez polaryzator. Związany z promieniem wchodzącym do analizatora wektor  $\vec{E}_p$  rozkładamy na składowe:  $\vec{E}_2$  w kierunku równoległym do głównej płaszczyzny polaryzacji analizatora i  $\vec{E}_1$  w kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny.

Składowa  $\vec{E}_1$  promienia ulegnie w analizatorze całkowitemu wygaszeniu, natomiast część promienia związana ze składową  $\vec{E}_2$  przejdzie przez analizator. W przypadku, gdy dla składowej równoległej  $\vec{E}_2$ analizator będzie idealnie przezroczysty ( $k_a = 1$ ), wartość wektora elektrycznego światła przepuszczanego przez analizator będzie równa (Rys. 5.):

$$E_a = E_p \cdot \cos(\alpha) \tag{2}$$

Natężenie fali / definiowane jest jako ilość energii przechodzącej w jednostce czasu przez jednostkę powie-

rzchni. *I* jest proporcjonalne do średniej w okresie wartości kwadratu natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$  ( $I \sim \langle E^2 \rangle$ ). Wobec tego dla natężeń fali równanie (2) ma postać:

$$I_a = I_p \cdot \cos^2(\alpha) \tag{3}$$

Zależności (2) i (3) wyrażają prawo Malusa, które makroskopowo w sposób ilościowy charakteryzuje przejście liniowo spolaryzowanego światła o natężeniu  $I_0$  ( $E_a$ ) przez bezstratny ( $k_a = 1$ ) analizator.

Na poniższych rysunkach pokazano zmiany natężenia I promienia światła naturalnego przechodzącego układ optyczny złożony z polaryzatora p i analizatora "a". W układzie uwzględniono związaną z absorpcją stratność polaroidów, charakteryzując ją wartościami  $k_{\rho}$  dla polaryzatora i  $k_{a}$  dla analizatora. Na Rys. 6a. przedstawiono przypadek ustawienia "równoległego" polaroidów, gdy kąt między ich głównymi płaszczyznami polaryzacji  $\alpha$ =0° (lub 180°), natomiast Rys. 6b ilustruje przypadek polaroidów "skrzyżowanych" -  $\alpha$ =90° (lub 270°).



**Rys. 6.** Przejście promienia światła naturalnego przez układ złożony z polaryzatora **p** i analizatora **a**. Kąt  $\alpha$  jaki tworzą główne płaszczyzny polaryzacji polaroidów wynosi: **a**)  $\alpha = 0^{\circ}$  (lub 180°) i **b**)  $\alpha = 90^{\circ}$  (lub 270°).

#### **UKŁAD POMIAROWY**

Do sprawdzenia prawa Malusa można posłużyć się zestawem przedstawionym schematycznie na Rys. 7. Źródłem światła naturalnego Z jest dioda elektroluminescencyjna z maksimum emisji przypadającym na długość fali  $\lambda$  = 590 nm zasilana z wysokostabilnego źródła prądowego zapewniającego stałość natężenia  $I_0$  emitowanego światła. Dwie identyczne płytki polaroidowe pełnią w układzie role polaryzatora **p** i analizatora **a**. Polaryzator jest trwale przymocowany do strony obudowy emitującej światło ze źródła Z, zatem można przyjąć, że natężenie po przejściu światła przez polaryzator ma wartość stałą równą  $I_p$ . Natomiast analizator połączony jest z ruchomą częścią układu, zapewniającą obrót w sposób umożliwiający kontrolę wartości kąta  $\alpha$  między płaszczyznami głównymi polaryzacji polaroidów. Część ruchoma z analizatorem wyposażona jest w skalę kątową, niewidoczną na schemacie. Znajdujący się w prawej części rysunku układu obwód F<sub>0</sub> pełni rolę czujnika reagującego w sposób liniowy na zmiany natężenia światła.



Rys. 7. Schemat układu pomiarowego do sprawdzania prawa Malusa.

Układ z czujnikiem światła F<sub>0</sub> nie wymaga podłączenia do zewnętrznego źródła zasilania. Na wyjściu układu pojawia się napięcie *U*, którego wartość jest wprost proporcjonalna do natężenia *I* światła padającego na aktywny fotoczuły element znajdujący się wewnątrz obudowy. Przyjmując, że współczynnik proporcjonalności między napięciem *U* na wyjściu i natężeniem światła *I* padającego na element fotoczuły ma stałą wartość r, zależność tę możemy zapisać jako:

$$I = r \cdot U \tag{4}$$

Uwzględniając zależność (4) w obu stronach równania (3):

$$r \cdot U_a = r \cdot U_p \cdot \cos^2(\alpha) \tag{5}$$

modyfikuje prawo Malusa do postaci uwzględniającej mierzoną w układzie wielkość fizyczną U:

$$U_a = U_p \cdot \cos^2(\alpha) \tag{6}$$

### WYKONANIE POMIARÓW

- 1. Przewodami podłączyć woltomierz do zacisków wyjściowych układu. Do minimum skręcić pokrętło regulacji prądu zasilającego źródło światła.
- Włączyć do sieci układ pomiarowy. Ustawić skalę kątową na wartość kąta α = 0°. Pokrętłem regulacji ustawić taki prąd, by mierzone na wyjściu układu napięcie miało wartość ok 6V. Odczekać ok. 10 min. na osiągnięcie przez układ warunków stabilnej pracy.
- 3. Kręcąc skalą kątową zmieniać wartość kąta α co 10° (lub co 5°). W Tabeli Pomiarów zapisywać wartości kątów i odpowiadające im wartości U wskazań woltomierza.
- 4. Gdy zdecydowano o zmianie kąta α co 10° wykonać trzy serie pomiaru U w zakresie kąta pełnego. Dla zmian kąta co 5° wystarczą dwie serie pomiarowe.
- 5. Pod Tabelą wyników zapisać niepewności wzorcowania przyrządów użytych do pomiarów bezpośrednich:  $\Delta_d(U)$  i  $\Delta_d(\alpha)$  a także oszacowane wartości niepewności eksperymentatora:  $\Delta_e(U)$  i  $\Delta_e(\alpha)$ .

α	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>
[°]	[V]	[V]	[V]
0			

#### TABELA POMIARÓW

Miernik	Woltomierz, U	Kątomierz, α			
Producent / Typ:		nie dotyczy			
Zakres pomiarowy*	z = [ ]	nie dotyczy			
Niepewność wzorcowania * **	$C_1 = \dots $ [] $C_2 = \dots $ []	$\Delta_{d}(\alpha) = [$			
Niepewność eksperymentatora *	$\Delta_{\rm e}(U) = [ ]$	$\Delta_{e}(\alpha) = [$			

# PRZYRZĄDY POMIAROWE, NIEPEWNOŚCI POMIARÓW

• \* w przypadku korzystania z różnych zakresów miernika, stosowną informację zapisać w osobnych wierszach, odpowiednio dla każdego z zakresów,

• \*\* w miejsca C<sub>1</sub> i C<sub>2</sub> wstawić wartości odczytanie z karty katalogowej producenta miernika.

### OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

 Dla dowolnego kąta wykonać przykład oszacowania wartości rozszerzonej (k = 2) całkowitej niepewności pomiaru kąta skręcenia płaszczyzn polaryzacji U(α):

$$U(\alpha) = k \cdot u(\alpha) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(\alpha))^2 + (\Delta_e(\alpha))^2}{3}}$$
(7)

2. Dla dowolnej wartości kąta  $\alpha$  wykonać przykład obliczenia średniej wartości U:

$$U = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{3}$$
(8)

3. Uproszczając w tym punkcie rachunek niepewności wykonać przykład oszacowania przybliżonej wartości rozszerzonej (k = 2) niepewności U(U):

$$U(U) = k \cdot u(U) = k \cdot \sqrt{\frac{(\Delta_d(U))^2 + (\Delta_e(U))^2}{3}} = k \cdot \sqrt{\frac{(C_1 \cdot U + C_2)^2 + (\Delta_e(U))^2}{3}}$$
(9)

- 4. Wykonać przykład obliczenia  $\cos^2(\alpha)$  dla 0° <  $\alpha$  < 90°.
- 5. Dla wartości kąta z pkt. 4. wykonać przykład oszacowania wartości  $u(cos^2(\alpha))$ :

$$u(\cos^{2}(\alpha)) = \sqrt{\left(\frac{\partial\cos^{2}(\alpha)}{\partial\alpha}U(\alpha)\right)^{2}} = \sqrt{\left(2\cdot\cos(\alpha)\cdot\sin(\alpha)\cdot U(\alpha)\right)^{2}} = (10)$$
$$|\sin(2\cdot\alpha)|\cdot U(\alpha)$$

Uwaga: w powyższym wzorze wartości  $U(\alpha)$  muszą być wyrażone w radianach.

6. Wykonać pozostałe obliczenia uzupełniając wartościami Tabelę Wyników.

α	U(α)	$cos^2(\alpha)$	$u(cos^2(\alpha))$	$U_1$	U <sub>2</sub>	U₃	U	U(U)
[°]	[°]	[-]	[-]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]
0								

TABELA WYNIKÓW

- 7. Wykonać wykres zależności napięcia U od kąta α skręcenia płaszczyzn polaryzacji. Poprowadzić na wykresie gładką linię przerywaną wyznaczającą trend ułożeń punktów.
- Wykonać wykres zależności napięcia U od kwadratu kosinusa kąta α. Przed naniesieniem punktów na wykres uśrednić wartości napięć U dla takich samych wartości cos<sup>2</sup>(α). Poprowadzić prostą najlepszego dopasowania do trendu ułożeń punktów na wykresie.
- 9. Z użyciem funkcji REGLINP (arkusz Excel) wyznaczyć wartości parametrów równania prostej najlepszego dopasowania:  $U = a \cdot cos^2(\alpha) + b$ , ich niepewności u(a) i u(b) oraz wartość R<sup>2</sup>. Otrzymane wartości zapisać w Tabeli Wyników

parametry	nachylenie		odcięta		miara jakości dopasowania	
równania	а	u(a)	b	u(b)	R <sup>2</sup>	
prostej	[V]	[V]	[V]	[V]	[-]	
przed zaokrągleniem						
po zaokrągleniu						

#### TABELA WYNIKÓW

10.Zapisać w sprawozdaniu liczbowe równanie prostej.

11.Na podstawie otrzymanych wykresów, dokonać oceny zgodności trendów ułożeń punktów doświadczalnych z wyrażonymi równaniem (6) przewidywaniami prawa Malusa. Poprzez analizę porównawczą do prawa Malusa (6), dokonać interpretacji fizycznego znaczenia stałych a i b równania prostej. Zapisać uogólniony wniosek wynikający z tematu ćwiczenia.

# LITERATURA

- [1] SZCZENIOWSKI S.: Fizyka doświadczalna, tom IV. Optyka, PWN, Warszawa 1980.
- [2] HALLIDAY D., RESNICK R Fizyka dla studentów nauk przyrodniczych i technicznych, tom II, PWN, Warszawa 1967.
- [3] JAWORSKI B., DIETŁAF A.: Kurs fizyki, tom III, PWN, Warszawa 1969.
- [4] KORTNIEV A. RUBLEV J., KUCENKO A.N.: Praktikum po fizikie "Vyssaja skola", Moskva 1963.
- [5] Ćwiczenia Laboratoryjne z Fizyki (praca zbiorowa), Skrypt Nr 279, Politechnika Opolska 2007.