

## Praktyczne aspekty pomiaru fizycznego.

### NIEPEWNOŚĆ POMIARU CZASU

(w tym dokumencie zawarto tylko przykłady sposobów podejścia do problemu niepewności bez ilustracji obliczeniowych, których przykłady znajdziecie Państwo w części dotyczącej pomiarów długości)

Istotą **jednokrotnego pomiaru czasu trwania zjawiska fizycznego** jest ustalenie odstępu czasowego  $t$  między momentem przyjętym za rozpoczęcie zjawiska ( $t_{START}$ ) i momentem uznanym jako jego zakończenie ( $t_{STOP}$ ). Wartość  $t$  obliczamy wg wzoru:  $t = t_{STOP} - t_{START}$  i jak można zauważyć otrzymujemy ją metodą pomiaru pośredniego.

#### Przykład A)

W laboratorium, w znakomitej większości eksperymentów, pomiary czasu  $t$  wykonywane są **metodą bezpośrednią**. Bezpośredni pomiar  $t$  wymaga aby w momencie rozpoczęcia zjawiska uruchomić zresetowany wcześniej stoper i zatrzymać go na koniec zjawiska. Wtedy  $t_{START} = 0$ , a więc  $t = t_{STOP}$ .

Bez względu na zastosowaną metodę, pomiar czasu wymaga od mierzącego uważnej obserwacji zjawiska, a następnie krytycznej i subiektywnej oceny oszacowania niepewności  $\Delta_e(t)$  związanych z:

- $\Delta_e(t_{START})$  – chwilą, gdy wymagana jest doskonała synchronizacja włączenia stopera w momencie rozpoczęcia się zjawiska, oraz z
- $\Delta_e(t_{STOP})$  – brakiem doskonałej synchronizacji wyłączenia stopera z chwilą stwierdzenia, że obserwowane zjawisko zakończyło się.

Niepewności wymienione w punktach a) i b) niewątpliwie są skutkiem skończonego czasu reakcji (odpowiedzi) eksperymentatora na bodziec, który często określamy czasem refleksu. Przyjmuje się, że każda z tych niepewności zwykle nie jest krótsza niż 0.2 s.

Dodatkowo, niejednokrotnie moment rozpoczęcia/zakończenia zjawiska może być dla eksperymentatora kłopotliwy do uchwycenia ze względu na dynamikę badanego zjawiska, np.: szybko zmieniające się położenie badanego przedmiotu, niejednoznaczny rozbłysk istotnej dla pomiaru kontrolki aparatury, zbyt długie i nużące oczekiwanie na początek/koniec zjawiska, itp. W takich przypadkach eksperymentator zobowiązany jest dokonać subiektywnej oceny wielkości takich efektów i w przypadku pomiaru metodą bezpośrednią uwzględnić je najlepiej jedną, wspólną wartością niepewności eksperymentatora -  $\Delta_e(t)$ . Natomiast w pośredniej metodzie pomiaru należy oszacować je niezależnie odpowiednio dla momentu włączenia czasomierza  $\Delta_{e1}(t_{START})$  i momentu jego wyłączenia  $\Delta_{e1}(t_{STOP})$ . W szczególnie niekorzystnych warunkach laboratoryjnych szacowane wartości tej niepewności mogą wynosić kilka lub więcej sekund.

Ostatnią składową niepewności wnoszonej do pomiaru czasu trwania mierzonego zjawiska fizycznego jest niepewność wzorcowania użytego do pomiaru czasomierza. Obecnie praktycznie w każdym laboratorium wykorzystuje się wyzwalane ręcznie lub automatycznie czasomierze elektroniczne wyposażone w wyświetlacze cyfrowe. Dokładność odczytania czasu przez takie urządzenie, wynikająca z częstotliwości i stabilności pełniącego rolę wzorca wewnętrznego oscylatora kwarcowego, jest nie gorsza od  $10^{-6}$  (0,000001 s.). Mając na uwadze ograniczenie liczby wyświetlanych po przecinku cyfr do setnych lub tysięcznych sekundy, z bardzo dobrym przybliżeniem można przyjąć wartość 1 jednostki najmniej znaczącej cyfry (rozdzielczość) jako niepewności wzorcowania takiego przyrządu, np.:  $\Delta_d(t) = 0.01s$  lub  $\Delta_d(t) = 0.001s$ .

Uwzględniając powyższe spostrzeżenia, standardowe oszacowanie całkowitej niepewności bezpośredniego pomiaru czasu trwania zjawiska  $u(t)$  wykonujemy wg ogólnego wzoru (metoda typu B):

$$u(t) = \sqrt{\frac{(\Delta_d(t))^2 + (\Delta_e(t_{START}) + \Delta_e(t_{STOP}) + \Delta_e(t))^2}{3}}$$

### Przykład B)

W przypadku **pośredniego pomiaru czasu**  $t$  wartość  $t_{START} \neq 0$ , więc sposób oszacowania niepewności  $u(t)$  staje się bardziej złożony. Standardowa niepewność  $u(t)$  jednocześnie uwzględniać musi niepewności związane z bezpośrednimi pomiarami momentów czasowych wyznaczających początek  $t_{START}$  i koniec zjawiska  $t_{STOP}$  (metoda typu B):

$$\begin{aligned} u(t) &= \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial t_{START}} u(t_{START})\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial t_{STOP}} u(t_{STOP})\right)^2} = \sqrt{(-1 \cdot u(t_{START}))^2 + (1 \cdot u(t_{STOP}))^2} \\ &= \sqrt{(u(t_{START}))^2 + (u(t_{STOP}))^2} \end{aligned}$$

Wobec powyższego standardową niepewność pomiaru czasu  $t$  metodą pośrednią obliczamy zgodnie ze wzorem:

$$u(t) = \sqrt{(u(t_{START}))^2 + (u(t_{STOP}))^2}$$

w którym wartości podpierwiastkowych składników sumy należy oszacować w poniższy sposób:

$$\begin{aligned} u(t_{START}) &= \sqrt{\frac{(\Delta_d(t))^2 + (\Delta_e(t_{START}) + \Delta_{e1}(t_{START}))^2}{3}} \\ u(t_{STOP}) &= \sqrt{\frac{(\Delta_d(t))^2 + (\Delta_e(t_{STOP}) + \Delta_{e1}(t_{STOP}))^2}{3}} \end{aligned}$$

### Przykład C)

Osobnym problemem szacowania całkowitej niepewności wyznaczania czasu  $t$  badanego zjawiska jest uwzględnienie wielokrotnych powtórzeń pomiaru przy użyciu jednego czasomierza, z zachowaniem takich samych warunków eksperymentu. W takim przypadku otrzymujemy serię wartości czasów  $t_i$  ( $i = 1, 2 \dots n; n \geq 5$ ), z których każdy charakteryzowany jest identyczną wartością całkowitej niepewności pojedynczego pomiaru  $u(t_i)$ , natomiast czas trwania zjawiska charakteryzowany jest średnią wartością  $t = t_{sr}$ .

$$t = t_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

$$u(t_1) = u(t_2) = \dots = u(t_n)$$

W zależności od przyjętej metody pomiaru pojedynczego czasu,  $u(t_i)$  obliczamy wykorzystując odpowiednie sposoby omówione w przykładach A i B.

Wartość standardowej całkowitej niepewności wyznaczenia  $u(t)$  szacujemy z użyciem wzoru:

$$u(t) = \sqrt{u(t)_A^2 + u(t)_B^2}$$

w którym:

$$u(t)_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t - t_i)^2}{n \cdot (n - 1)}}$$

$$u(t)_B = u(t_1)$$

#### Przykład D)

Wyznaczenie wartości okresu  $T$  ciągłego zjawiska cyklicznego wymaga pomiaru czasu  $t$  trwania  $n$ -cykli. Oszacowanie standardowej wartości niepewności  $u(t)$  sprowadza się do użycia metod opisanych w przykładach A) lub B), w zależności od przyjętej metody pomiaru.

Okres  $T$  obliczamy ze wzoru:

$$T = \frac{t}{n}$$

natomiast całkowita standardowa niepewność  $u(T)$  szacowana jest z użyciem metody typu B:

$$u(T) = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial t} u(t)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} u(t)\right)^2}$$

$$u(T) = \frac{u(t)}{n}$$

Niejednokrotnie, przy zachowaniu identycznych warunków eksperymentu i z użyciem jednego czasomierza, w celu osiągnięcia większej dokładności wyniku końcowego powtarza się powyższą metodę pomiarową otrzymując serię  $m$  ( $m \geq 5$ ) wartości okresu  $T$ . Każda z wartości  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) będzie charakteryzowana taką samą wartością standardowej niepewności  $u(T)$ .

Wartość okresu zjawiska charakteryzujemy średnią z otrzymanych  $T_i$ :

$$T = \frac{\sum_{i=1}^m T_i}{m}$$

natomiast oszacowanie wartości standardowej całkowitej niepewności  $u(T)$  wykonuje się analogicznie jak w przykładzie C).